入門　産業連関表

その見方・使い方

千葉県マスコットキャラクター　チーバくん

千葉県総合企画部統計課

はじめに

産業連関表は、ある一定地域の、特定の1年間に行われた産業相互間及び産業と家計等との財・サービスの取引を一覧表にした統計表で、産業構造を把握したり、大型プロジェクトの経済波及効果測定に活用したりと大変応用範囲の広いものです。

ここ数年、産業連関表に対する関心は高まってきているところですが、実際の利活用については、分析方法が難解という印象があって、十分使いこなされていないのが現実です。

本書は、これから産業連関表を利用してみたいと考えておられる方々のために、産業連関分析の初歩的考え方から実践の方法までやさしく解説した入門書として作成されたものです。

今回、平成27年表の公表に伴い、分析事例を公表値に合わせる等の改訂をいたしました。

本書により産業連関分析への関心が高まり、産業連関表の利用が多方面に広がっていくことを期待いたします。

令和3年7月

千葉県総合企画部統計課長
始関　曜子

目　　　次

イントロダクション

これから、産業連関分析についてお話しいたします。やさしく、わかりやすく話していこうと考えていますので、どうぞリラックスして読んでください。

ところで、皆さんのなかには、仕事上でパソコンをお使いになる方も多いと思います。パソコンは機械であり、それを動かすのは人間です。パソコンが役に立つのは、例えば「社員の毎月の給料を計算させたい」、「事務所にある膨大な資料を必要に応じてすぐに検索できるようにしたい」といった具体的な目的を人間の方が持っているからです。

しかし、それには「パソコンでいったい何ができるのか」ということをあらかじめ知っておくべきでしょう。

それとまったく同じ意味で、「産業連関分析でいったい何ができるのか」について見ておくことは、皆さんの興味と理解を高めるのに少しでも役に立つのではないかと思います。

（皆さんの中には、産業連関分析についてある程度の知識を持っておられる方もいらっしゃるのではないかと思いますが、この際、少しの間だけおつきあいください。）

産業連関分析とは、一口に言えば、

「ある経済活動を行ったとき、それがどのようにその経済的影響を広げていくかを数量的に把握する」ことなのです。

次の分析事例を御覧ください。

産業連関分析の事例等

千葉県内での分析事例	
1	ちばアクアラインマラソンの経済波及効果
2	プロバスケ「千葉ジェッツ」の経済波及効果
3	千葉県における旅行・観光に関する経済波及効果
4	アクアライン割引による経済波及効果
5	成田市への医学部開設に伴う千葉県への経済効果

全国で行われた分析事例	
1	ラグビーワールドカップの経済波及効果
2	ふるさと納税の返礼品の経済波及効果
3	訪日外国人消費の経済効果
4	コンベンション開催による年間経済波及効果
5	ＩＲの経済波及効果・雇用創出効果

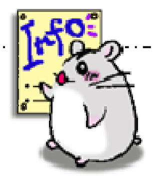
これらは千葉県内で行われた分析事例と、全国で行われた分析事例です。

これを御覧になれば、何となく「具体的にはこんなことができるんだな」というイメージがつかめるのではないかと思います。また、これらの分析事例の多くに「経済波及効果」という肩書きがついており、このことからも先の定義「ある経済活動を行ったとき、それがどのようにその経済的影響を広げていくかを数量的に把握する」という意味が、何となくわかるのではないかと思います。

先ほどパソコンの話が出ましたが、パソコンの場合ただ機械があるだけではダメで、それを動かすためには、ソフトウェア（以下、ソフト）を用意しないと役には立ちません。産業連関表は、いわばパソコン本体のようなもので一種のハードウェア（以下、ハード）です。一方、産業連関分析はソフトです。

ここではものの順番として、まずハードである産業連関表の構造について理解していただき、その上でソフトである産業連関分析の手法について、お話ししたいと思います。

産業連関表の構造についてもう御存知の方は、次の第１章はとばしてしまってかまいません。



それでは、具体的に産業連関表を見ながら話を進めましょう。

第１章　産業連関表の仕組みと見方

平 成 27 年 千 葉 県 産 業 連 関 表 （ 13 部 門 分 類 ）

（単位：百万円）

	需要（買い手）／供給（売り手）	中間需要 01 農林漁業	02 鉱業	03 製造業	04 建設	05 電力・ガス・水道	06 商業	07 金融・保険	08 不動産	09 運輸・郵便	10 情報通信	11 公務	12 サービス	13 分類不明	70 内生部門計	最終需要 71 家計外消費支出（列）	72 民間消費支出	73 一般政府消費支出	74 県内総固定資本形成	76 在庫純増	78 県内最終需要計	79 県内需要合計	80 輸出	81 移出	82 最終需要計	83 需要合計	84 （控除）輸入	85 （控除）移入	86 （控除）移輸入計	87 最終需要部門計	97 県内生産額	
中間投入	01 農林漁業	47,159	4	383,651	2,713	0	538	0	12	385	0	73	64,438	0	498,973	2,486	191,459	0	13,997	716	208,658	707,631	2,827	325,869	537,354	1,036,327	−153,577	−367,864	−521,441	15,913	514,886	01
	02 鉱業	6	24	1,889,723	17,212	898,213	11	1	2	28	0	18	158	46	2,805,442	−196	−304	0	−301	−675	−1,476	2,803,966	3,061	11,969	13,554	2,818,996	−2,759,143	−24,461	−2,783,604	−2,770,050	35,392	02
	03 製造業	131,222	2,367	6,068,785	713,866	160,452	111,997	36,411	9,881	487,181	40,192	80,153	1,298,666	11,955	9,153,128	59,927	2,796,040	220	1,331,857	−66,951	4,121,093	13,274,221	1,800,072	8,424,386	14,345,551	23,498,679	−2,915,227	−6,006,734	−8,921,961	5,423,590	14,576,718	03
	04 建設	1,448	121	30,772	1,425	44,380	10,233	3,181	46,465	19,062	5,722	12,634	28,739	0	204,182	0	0	0	2,228,041	0	2,228,041	2,432,223	0	0	2,228,041	2,432,223	0	0	0	2,228,041	2,432,223	04
	05 電力・ガス・水道	5,031	1,543	345,694	10,083	259,877	103,289	8,064	13,698	51,523	13,082	25,251	263,968	1,184	1,102,287	346	429,809	−5,707	0	0	424,448	1,526,735	7,920	1,282,276	1,714,644	2,816,931	−207	0	−207	1,714,437	2,816,724	05
	06 商業	39,766	568	538,521	136,918	50,580	35,229	6,688	5,608	66,347	10,547	15,652	425,271	2,084	1,333,779	60,816	2,372,737	251	243,912	7,671	2,685,387	4,019,166	170,523	491,978	3,347,888	4,681,667	−11,908	−1,665,567	−1,677,475	1,670,413	3,004,192	06
	07 金融・保険	3,115	1,413	85,732	32,203	48,376	53,969	48,320	373,909	72,593	8,271	33,588	92,148	591	854,228	10	834,353	0	0	0	834,363	1,688,591	47,987	4,282	886,632	1,740,860	−87,934	−555,422	−643,356	243,276	1,097,504	07
	08 不動産	907	332	18,890	8,892	10,385	65,655	15,130	107,715	53,671	16,079	2,605	86,168	4,884	391,313	0	3,061,548	647	149,487	0	3,211,682	3,602,995	2,087	0	3,213,769	3,605,082	−113	−48,342	−48,455	3,165,314	3,556,627	08
	09 運輸・郵便	32,672	6,250	390,059	109,367	111,506	164,312	44,764	10,321	384,948	31,336	55,183	257,717	19,598	1,618,033	15,213	803,209	1,025	30,578	2,495	852,520	2,470,553	526,650	797,062	2,176,232	3,794,265	−161,259	−680,988	−842,247	1,333,985	2,952,018	09
	10 情報通信	2,140	375	64,868	19,073	34,364	130,186	72,228	12,363	34,027	232,899	48,285	213,568	15,648	880,024	6,602	666,596	227	304,012	−1,058	976,379	1,856,403	13,932	69,243	1,059,554	1,939,578	−142,428	−622,225	−764,653	294,901	1,174,925	10
	11 公務	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51,088	51,088	0	53,701	1,304,475	0	0	1,358,176	1,409,264	0	0	1,358,176	1,409,264	0	0	0	1,358,176	1,409,264	11
	12 サービス	10,903	2,544	354,073	244,301	187,127	314,118	151,812	99,572	376,851	210,439	188,312	932,553	13,127	3,085,732	405,204	3,661,565	2,709,517	616,743	0	7,393,029	10,478,761	154,310	1,477,773	9,025,112	12,110,844	−454,645	−2,240,272	−2,694,917	6,330,195	9,415,927	12
	13 分類不明	2,219	285	36,715	35,481	8,808	23,803	6,372	6,351	23,733	3,026	1,495	49,839	0	198,127	0	452	0	0	0	452	198,579	206	0	658	198,785	−3,191	0	−3,191	−2,533	195,594	13
	70 内生部門計	276,588	15,826	10,207,483	1,331,534	1,814,068	1,013,340	392,971	685,897	1,570,349	571,593	463,249	3,713,233	120,205	22,176,336	550,408	14,871,165	4,010,655	4,918,326	−57,802	24,292,752	46,469,088	2,729,575	12,884,838	39,907,165	62,083,501	−6,689,632	−12,211,875	−18,901,507	21,005,658	43,181,994	14
粗付加価値	71 家計外消費支出（行）	2,449	856	135,759	50,777	23,328	64,587	33,575	12,356	51,777	16,275	16,625	141,229	815	550,408																	
	91 雇用者所得	54,499	5,778	1,242,891	823,861	81,096	1,285,351	337,745	191,799	705,838	164,418	512,836	3,727,992	2,363	9,136,467																	
	92 営業余剰	109,388	4,819	956,188	67,074	325,983	247,640	246,424	1,305,136	164,056	207,437	0	585,125	60,185	4,279,455																	
	93 資本減耗引当	77,028	4,785	1,123,951	86,683	499,806	271,265	82,558	1,192,613	397,479	173,206	413,610	965,128	9,592	5,297,704																	
	94 間接税（関税・輸入品商品税を除く。）	21,895	3,351	929,020	88,946	83,439	123,437	20,865	169,855	70,146	42,006	2,944	322,186	3,423	1,881,513																	
	95 （控除）経常補助金	−26,961	−23	−18,574	−16,652	−10,996	−1,428	−16,634	−1,029	−7,627	−10	0	−38,966	−989	−139,889																	
	96 粗付加価値部門計	238,298	19,566	4,369,235	1,100,689	1,002,656	1,990,852	704,533	2,870,730	1,381,669	603,332	946,015	5,702,694	75,389	21,005,658																	
	97 県内生産額	514,886	35,392	14,576,718	2,432,223	2,816,724	3,004,192	1,097,504	3,556,627	2,952,018	1,174,925	1,409,264	9,415,927	195,594	43,181,994																	

タテ方向の意味とヨコ方向の意味

前頁の表は、「平成 27 年千葉県産業連関表 13 部門分類」であり、平成 27 年 1 年間の千葉県の産業間の取引構造、つまり、産業連関構造を表しています。

よく見るとタテ方向とヨコ方向とでは、ほとんど同じ項目が並んでいます。

しかし、実はこの表のタテ方向とヨコ方向とでは、表す意味が違います。

一言で言えば、

タテ方向・・・どの産業がどの産業からどれだけ買ったか ＝生産のために投入した費用の構成 ヨコ方向・・・どの産業がどの産業にどれだけ売ったか ＝各産業の商品の販路の構成

を表しています。

1. タテに読めば、費用の構成がわかる

中間投入とは

それでは、農林漁業を例にとり、その意味を説明しましょう。あまり細かいことにはこだわらずに、大体の意味をつかむようにしてください。

まず、自分が農家になったと想像してみてください。

土地は既に持っているものとして、野菜を生産するには何が必要かを考えてみると……

「種や苗木、肥料、それにビニールハウスも必要だろう」

「病虫害を防ぐには、農薬も手に入れておこう」

「人手を考えると機械化が重要で、トラクター、スプリンクラーも買わないと」

「そうなると、動かす燃料も必要だし、そうそう、出荷するとき段ボール、木箱も用意しなければ」

こういう具合に、次々と購入しなければならないものが思い浮かぶことでしょう。

今、思いついたものは、製造業でいえば直接材料、間接材料などの「原材料」に該当するもので、生産活動を行うためにこれら原材料（原材料に相当するもの）をお金を出して買い入れることを「中間投入」と呼びます。

生産額、粗付加価値とは

ところで、いくら中間投入を行ったところで、それをそのまま放っておいては何も生まれません。買った物を使い、機械の助けも借り、人間が労働することによって、初めて収穫を生み出すことができます。そして、生産されたものの売値の総額を「生産額」と呼びます。

（例えば、1個100円で売れるトマトを30,000個作ったのであれば、生産額は100円×30,000個＝3,000,000円ということになります。）

さて、もし皆さんが100万円分の原材料を使って300万円分の野菜を生産したのであれば、300万円－100万円＝200万円は、皆さんの努力の結晶であり、「生産活動により新しく生み出された価値」です。これを「粗付加価値」といいます。

すなわち、

生産額－中間投入＝粗付加価値

と表すことができます。また、

中間投入＋粗付加価値＝生産額

と表すことができます。

ところで、粗付加価値は、なんとなく「利益」を表すようにも思えますが、先ほどの例で「100 万円をもとに 300 万円で売れるものを生産したのだから 200 万円の利益だ。努力した甲斐があった」と単純に考えていいのでしょうか。

実は、次の点を考えなくてはならないのです。

もし、人を雇っていたのであれば、その人に対し賃金を払わなければいけませんし、トラクターなどの機械を使ったのであれば、減価償却費を計上しなくてはいけません。

（原材料費と違い、固定資産である機械類は耐用年数が数年にわたるため、その購入費は耐用年数に応じて何年かに振り分けるように考えます。
例えれば「働いてくれた機械にも賃金を支払わなければならない」ということです。）

そして、これら賃金と減価償却費とを粗付加価値から引いたものがようやく利益として残るわけです。

最初からまとめてみましょう。

農家は種や苗木、肥料、ビニールハウス、農薬、段ボールや木箱などの中間投入を行い、生産活動により粗付加価値を生み出す。

粗付加価値の内訳は人件費と減価償却費と利益である。

そして、これらの関連は次のとおりである。

中間投入＋粗付加価値＝生産額

粗付加価値＝賃金＋減価償却費+利益

たて方向は、原材料と粗付加価値の構成を表しているんだよ。

では、ここであらためて、表で「01 農林漁業」とある下に続く数字をタテに見てみましょう。

これは、農林漁業が生産を行うのに投入した費用の構成を表しています。

中間投入の欄に並んでいる産業名は、投入する原材料を生産した産業です。

先ほどの例で言えば、下図のようになります。

種、苗木	→	01 農林漁業
ビニールハウス、段ボール、木箱	→	03 製造業
燃料、肥料、農薬	→	〃
電気	→	05 電力・ガス・水道

また、これら原材料を買うときの値段は、運賃やら卸売・小売マージンやらが上乗せされています。産業連関表では、買ったものの値段から運輸マージンや商業マージンを別に分けて表すことになっていますので、

原材料購入のための卸売・小売マージン	→	06 商業
原材料購入のための運賃	→	09 運輸・郵便

です。

一方、粗付加価値の欄にはその内訳が示され、先ほどの例で言えば、

賃　　　金	→	91 雇用者所得
利　　　益	→	92 営業余剰
減価償却費	→	93 資本減耗引当

となります。

ここまでお話しすれば、以下のように表から読み取ることができるでしょう。

平成 27 年の千葉県の 01 農林漁業は、計 2,766 億円の中間投入を行い、

内訳 ： 01　農林漁業から　　472 億円
　　　　03　製 造 業から　1,312 億円
　　　　04　建　　設から　　 14 億円

⋮

生産活動を行って新しい価値(粗付加価値) 2,383 億円を生み出したのです(億円未満四捨五入)。

粗付加価値の内訳は以下のとおりです。

71 家計外消費支出（行）	24 億円
91 雇用者所得	545 億円
92 営業余剰	1,094 億円
93 資本減耗引当	770 億円
94 間接税（関税・輸入品商品税を除く。）	219 億円
95（控除）経常補助金	△270 億円
96 粗付加価値部門計	2,383 億円

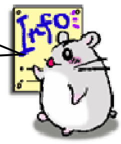
71 家計外消費支出、94 間接税、95 経常補助金については、少し細かい項目ですので 無視していただくこととして、ここでは粗付加価値が 91 雇用者所得や 92 営業余剰、93 資本減耗引当などに振り分けられているのがお分かりいただけると思います。

そして、県内生産額＝中間投入＋粗付加価値であり、県内生産額、すなわち県内で生産された農林水産物の売値は、5,149 億円(＝2,766 億円＋2,383 億円) ということになるわけです。

今は 01 農林漁業の例だけを見ましたが、02 鉱業、03 製造業、

04 建設・・・等すべての産業についても、表をタテにみればまったく同様に考えることができます。

粗付加価値部門（家計外消費支出を除く）は、県民経済計算の県内総生産（国でいえば GDP）に相当するものだよ。



2. ヨコに読めば、販路構成がわかる

ところで、生産したモノやサービスは、必ずどこかに売られていかなければなりません。もし売れなければ、それは在庫品ということになりますが、そうであれば、生産額とは売ったモノと在庫品との合計でなければなりません。そのことを表しているのが表のヨコ方向で、どの産業がどこにどれだけ売ったか、すなわち、各産業の販路構成がここに示されています。

それでは、実際にこの表をヨコに見ていきましょう。左端の「01 農林漁業」に続く数値を見てください。ここでは、農林漁業が生産物をどこに売ったかが示されています。

ところで生産物を売る場合、相手方がその買ったものを何に使うかによって、次の 2 つに大別することができます。

中間需要

例えば、食料品工場が肉や魚を買い入れて缶詰にして売るというように、県内の買い手が買ったものを原材料として加工を行い、作ったものをさらに売り出すような場合です。こういう買い方を「中間需要」といいます。そして、このような買い方をするのは言うまでもなく、生産活動を行っている産業です。

最終需要

いろいろな例がありますので、すぐあとでまた説明いたしますが、例えば、買ったものをそのまま自分で食べるような場合です。

これを総称して「最終需要」といいます。

すなわち、売り手側から見れば、「中間需要に対して売る」のと「最終需要に対して売る」のとを分けて考えることができます。

この区分により、生産物の販売先は、中間需要と最終需要とに分けられ、中間需要の欄には産業名が列記されているのです。

中間需要の欄には、農林漁業は、生産物(穀物や野菜・果物、魚介類など)を県内農林漁業の中間需要に応じ、472億円分売り、同様に

03	製造業	に	3,837億円
04	建　設	に	27億円
06	商　業	に	5億円
⋮			⋮

中間需要合計としては　　4,990億円売った

ことが示されています。

ほとんどが製造業に対し売られているのは、製造業が食品工業を含んでいるためなのです。

さて、今度は「最終需要に対して売る」場合です。「最終需要」には次のようにいくつか種類があります。

① 例えば、買ったものをそのまま自分で食べるような場合で、それ以上加工をして売るようなことはしない場合です。私たちが八百屋やスーパーで買うのもこういう買い方です。これを「民間消費支出」といいます。

② ある工場が高価で耐用年数の長い機械を購入するような場合も、原材料として使うのではなく何年かにわたり使用していくので、これも中間需要には該当しません。

こういう買い方は「県内総固定資本形成」といいます。

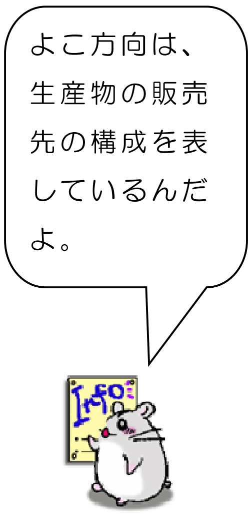
③ 生産したものは、すべてすぐに売れてしまうとは限りません。倉庫の中で出荷を待っている商品はもちろん、コンビニのお店の棚に並んでいる商品でさえ、まだ売れる前の商品です。これらはいわゆる在庫であり、「買い方」という言葉からははずれますが、これもまた中間需要には該当しません。

ある期間に在庫量がどれだけ変化したかを「在庫純増」と言います。

④　生産されたものは、県内で売られるとは限りません。自給自足経済の県などないのですから、県外に売ることも当然あるわけで、これを「移輸出」といいます。移輸出とはその言葉から想像されますように、他の都道府県に売る場合（移出）と国外に売る場合（輸出）を合計したものです。ただし、移輸出の場合、買った相手がその品物を原材料にする場合でも、そのまま消費する場合でも、まとめてこの項目で扱います。中間需要が、あくまでも県内の産業が買い手であることとの違いに御注意ください。

ではあらためて、01 農林漁業の最終需要の欄を見てみましょう。

71 家計外消費支出（列）	72 民間消費支出	74 県内総固定資本形成	76 在庫純増	80 輸出	81 移出	82 最終需要計
25億円	1,915億円	140億円	7億円	28億円	3,259億円	5,374億円



とあり、最終需要に対して売るのは、もっぱら移出と民間消費支出に対してであることがわかります。

県内需要は一部移輸入で賄われる

中間需要と最終需要とを合計したものが「83 需要合計」であり、1 兆 363 億円となっています。

これに対し、先ほど表をタテに見たときの千葉県の「01 農林漁業」の生産額合計は 5,149 億円でした。

売値で 5,149 億円しか生産していないのであれば、それをどこに売ったかを表すヨコの合計も、5,149 億円になるはずですが、それなのにどうして 1 兆 363 億円も売ることができるのでしょうか。

（ここは初めて産業連関表を勉強する方が、一番引っかかりやすく、混乱しやすいところです。）

実はこの 1 兆 363 億円という数字は、千葉県内で生産された農林水産物を売った金額だけを表しているのではありません。この数字はあくまでも農林漁業全体の数字であり、売ったものの一部は移輸入によって賄われているのです。

例えば、中間需要でいえば、千葉県にあるパン工場では小麦を使ってパンを作っていますが、これをすべて千葉産の小麦で賄おうとしても無理な話で、一部は国外からの輸入や県外からの移入に頼っているのです。

最終需要にしても、私たちが当たり前のように食べているバナナやパイナップルは千葉では作っていませんので、輸入や移入に頼っているわけです。

つまり、

需要合計＝中間需要＋最終需要＝県内生産額＋移輸入

なのです。

ところで、この式をちょっと移項してやれば、

需要合計－移輸入＝県内生産額

ですから、先の「83 需要合計」1 兆 363 億円から「86 移輸入計」5,214 億円をマイナスすることによって、売りに出された農林水

産物のうち、県内で生産した分の金額を計算することができます。
試しにやってみると

1 兆 363 億円－5,214 億円＝5,149 億円

ですから、県内生産額は 5,149 億円になり、これは先ほどタテの合計として算出された生産額 5,149 億円とぴったり一致します。

01 農林漁業を

タテに見れば

5,149 億円分の生産を行うために必要な投入構造

が示されており、

ヨコに見れば

5,149 億円の生産(＋5,214 億円の移輸入)がどのように販売されていったか

が示されるというわけです。

タテの合計＝ヨコの合計

この構造はすべての産業についてあてはまりますから、**どの産業についても、タテの合計の県内生産額とヨコの県内生産額とは一致する**わけです。これにより、後ほど説明する経済波及効果の計算ができることになりますのでよく覚えておいてください。

統合表について

ところで、「13 部門分類」とは何でしょうか。これはお気づきになられたかもしれませんが、内生部門(中間投入、中間需要)に列記されている産業名が 13 の部門に分かれていることを示しているのです。

部門数の少ない例として、3 部門に簡略化したものをお目にかけましょう。

平成 27 年千葉県産業連関表（3 部門）

（単位：億円）

供給部門＼需要部門		中間需要 第１次産業	中間需要 第２次産業	中間需要 第３次産業	中間需要 内生部門計	最終需要 消費	最終需要 投資	最終需要 移輸出	最終需要 最終需要計	需要合計	(控除)移輸入	県内生産額
中間投入	第１次産業	472	3,864	654	4,990	1,939	147	3,287	5,374	10,363	−5,214	5,149
中間投入	第２次産業	1,327	87,243	33,058	121,628	28,557	34,920	102,395	165,871	287,499	−117,056	170,443
中間投入	第３次産業	968	24,442	69,737	95,146	163,826	13,538	50,462	227,827	322,973	−66,745	256,228
中間投入	内生部門計	2,766	115,548	103,449	221,763	194,322	48,605	156,144	399,072	620,835	−189,015	431,820
粗付加価値		2,383	54,895	152,779	210,057							
県内生産額		5,149	170,443	256,228	431,820							

（注） 百万円単位で計算し、単位未満を四捨五入しているため、内訳は必ずしも合計と一致しない。

これは、13 部門よりもさらに大まかな「第 1 次産業～第 3 次産業」の 3 部門にまとめたものです。13 部門から 3 部門をどうやって作るかというと、まずタテの数値を足して統合していきます。

どういうことかというと、01 農林漁業はそのまま第 1 次産業になりますから手をつけないでおき、02 鉱業、03 製造業、04 建設の数値をタテに足して第 2 次産業に、そして、残りのすべての産業部門（05 電力・ガス・水道、06 商業、07 金融・保険・・・・・・）をタテに足して第 3 次産業にします。また、粗付加価値もすべてタテに足していきます。この段階では、随分ヨコに長い表になり

ます。

そうしたら、今度はヨコに同じような方法で足していくのです。

このことから、部門の違いは分類の仕方だけで、もとになる数値が変わってくるわけではないことがおわかりいただけると思います。

逆に部門数の多い方では、統合大分類、統合中分類、統合小分類があります。（これらは、粗付加価値部門や最終需要部門も若干細かくなってきます。）

そして、統合小分類となると、とても見開き 1 頁の表には表し切れません。産業連関表の最も基本になる基本分類は行 509×列 391 という細かいデータからなっており、それをどんどんまとめていって、統合小分類、統合中分類、統合大分類、13 部門分類の順で作成されるのです。

もっとも、部門分類が変わっても、分析の理論や手順は同じです。早い話が 3 部門での分析の仕方がわかっていれば、統合小分類でも同じやり方で分析すれば良いのです。

表 1-1　部門分類数の推移

		平成 17 年 (2005 年)表	平成 23 年 (2011 年)表	平成 27 年 (2015 年)表
(1)　基本分類	(行)	520	518	509
	(列)	407	397	391
(2)　統合小分類		190	190	185
(3)　統合中分類		108	108	107
(4)　統合大分類		36	37	37
(5)　13 部門分類		13	13	13

(注)1　取引基本表のサイズ（詳細度）を表す際には、内生部門の行及び列の部門数をもって表す。

2　基本分類以外は、内生部門の行部門と列部門の部門数は同じである。

第２章　産業連関分析

2-1　第１次波及効果　その１

（移輸入を考えないケース）

さて、これまでの話で、「産業連関表とは、何をどのように表したものなのか」ということが、おわかりいただけたのではないかと思います。

産業連関表は、もちろん、それ自体多くの情報が詰まった表ですので、じっと見ているだけでもいろいろなことがわかります。

例えば、製造業をヨコに見れば、生産した製品が、どの位原材料として県内の他の産業に対し売られているのか、あるいは、県民が直接消費するように売られているのか、はたまた他の県や外国の需要を満たしているのかなどが、直接見て取れるわけです。

こんなふうに見ているだけでも結構おもしろいものですし、そのこと自体、立派な分析です。

しかし、産業連関分析の真髄は、やはりもう一歩先にあります。

すなわち、冒頭でもお話しした、波及効果の計測です。

それでは、いよいよ産業連関分析についてお話しすることにいたしましょう。

話を簡単にするために、ここでは、架空の国を「なのはな共和国」として考えることにしましょう。

この国は「産業Ａ」と「産業Ｂ」の２つの産業のみから構成されており、他の地域との交易はない、つまり、移輸入、移輸出がない閉鎖経済圏であるものとします。

実はこういう仮定はあまりにも現実離れしており、あとの説明の随所に、ちょっとつじつまの合わない点が生じてくるのですが、とりあえず、それらには目をつぶっていただきたいと思います。あくまでも、ここでは波及効果の算出方法を説明することが目的ですし、その限りでは問題はありませんので。

なのはな共和国の産業連関表は次のとおりです。

第１次波及効果（移輸入なし）

表 2-1　なのはな共和国産業連関表

（単位：億円）

需要＼供給		中間需要 産業Ａ	中間需要 産業Ｂ	最終需要	生　産　額
中　間 投　入	産　業　Ａ	4	8	8	20
	産　業　Ｂ	12	18	10	40
粗付加価値		4	14		
生　産　額		20	40		

投入係数表

ここで、この表からちょっと新しい別の表を作ってみましょう。実に簡単な表です。

まず、産業Ａのタテの列に注目してください。この列は「産業Ａは、産業Ａから 4 億円、産業Ｂから 12 億円の中間投入を行い、4 億円の粗付加価値を生みだし、合計で 20 億円のモノ（あるいはサービス）を生産した」ことを表しています。ここで産業Ａが生産を行うにあたり、各産業からどのくらいの比率で中間投入を行ったかを知るために、それぞれの中間投入額 4 億円、12 億円を生産額の 20 億円で割ってみます。

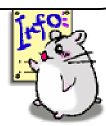
この計算結果を「投入係数」といいます。

つまり、産業Ａの投入係数は、

産業Ａ ･････････　4÷20＝0.20

産業Ｂ ･････････12÷20＝0.60となります。

投入係数を使うと経済波及効果が計算できるんだよ。



つぎに、産業Ｂのタテの列をみると、この列は「産業Ｂは、産業Ａから 8 億円、産業Ｂから 18 億円の中間投入を行い、14 億円

の粗付加価値を生みだし、合計 40 億円のモノ（あるいはサービス）を生産した」ことを表しています。

したがって、産業Ｂの投入係数は、

産業Ａ・・・・・・・・・ 8÷40＝0.20

産業Ｂ・・・・・・・・・・18÷40＝0.45

となります。これらを一覧表にまとめたのが投入係数表です。

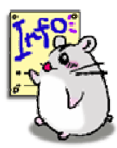
表 2-2　投入係数表

	産　業　Ａ	産　業　Ｂ
産　業　Ａ	0.20	0.20
産　業　Ｂ	0.60	0.45

投入係数表は、今、計算した方法からもおわかりのように、表頭の産業が１単位の生産を行うのに必要な中間投入の比率を表しています。

すなわち、産業Ａであれば、1 億円の生産を行うのに産業Ａから 0.20 億円、産業Ｂからは 0.60 億円の中間投入が必要であり、100 億円の生産を行うのであれば、産業Ａから 20 億円、産業Ｂからは 60 億円の中間投入が必要であるということになります。

投入係数は、１単位の生産をするために必要な
原材料等（中間投入）の割合を表しているんだよ。



ここで、ひとつ大事なことをお話します。

それは、

「ある産業が生産を行う場合、生産技術が大きく変化しない限り、使用する中間投入の比率はいつでもほぼ一定である」

という考え方です。

第1次波及効果（移輸入なし）

例えば、100万円の乗用車を1台作るのに鉄板を通常20万円の材料として使うのならば、鉄板の投入係数は0.20になりますが、この比率は乗用車自体の構造や生産技術が大幅に変化しない限り、時間がたってもそれほど変わらないはずです。

そこで、産業連関分析においては、一度算出された投入係数は変化しないものと仮定します。そのことを頭に入れた上で、いよいよ波及効果を計測してみましょう。

波及効果を計算するには、次の3通りの方法があります。

(1) 繰り返し計算法　による求め方
(2) 連 立 方 程 式　による求め方
(3) 逆行列係数表　による求め方

（実は(2)と(3)とは、連立方程式と行列という表現の違いだけで、本質的な違いがあるわけではありません。）

実際、測定する際には(3)を用い、しかも計算はパソコンに任せることになるのですが、ここではまず、波及効果の概念を良く理解するために(1)を説明し、順次(2)、(3)と進めていきたいと思います。

実務上の計算方法を最初にお知りになりたい方は、(3)からお読みいただくのがよいと思います。

さて、以下のような典型的な例で考えてみましょう。

「なのはな共和国」で、工場を10億円かけて建設することになり、そのため2つの国内産業のうち、産業Aにだけ新たに10億円の需要が生じた。

この時「なのはな共和国」には、どのくらい波及効果が発生するのでしょうか。

(1) 繰り返し計算法による波及効果の求め方

作ったばかりの投入係数表(25 頁、表 2-2)にそって考えます。

まず第 1 段階として、産業Ａは 10 億円の需要を満たすため、10 億円の生産を行わなくてはなりません。これが行われないと工場は完成しないわけですから。この段階で「なのはな共和国」では、10 億円の生産増が生じます。

ところで、産業Ａがこの生産を行うためには、原材料やその輸送サービスなどの中間投入を行う必要があります。これが第 2 段階です。

では、一体どれだけ中間投入を行うのでしょうか。

ここで役に立つのが、投入係数表です。産業Ａが 10 億円の生産を行うのですから、産業Ａの投入係数をタテに見て、

産業Ａからの投入＝10 億円×0.20＝2 億円

産業Ｂからの投入＝10 億円×0.60＝6 億円

の中間投入が必要とされるわけです。

これは、中間投入を賄うため、産業Ａでは 2 億円の生産を行う必要があり、産業Ｂでは 6 億円の生産を行う必要があると読むことができます。

すなわち、当初の「産業Ａに対する 10 億円の需要増」が新しい需要を生みだし、生産を増加させたということになるのです。これが生産の波及効果です。

しかし、まだ第 3 段階があるのです。

今の例では、産業Ａに 2 億円、産業Ｂには 6 億円の生産増が生じました。そうすると、次のことに気がつかれるのではないかと思います。

第1次波及効果（移輸入なし）

「産業Aは2億円、産業Bは6億円の生産を賄うために、また新たに中間投入を行う必要があるのではないか」と。早速、計算してみましょう。

今度はさっきと違って、産業Aだけでなく産業Bにも生産増が生じていますので、別々に計算します。

まず、産業Aの2億円の生産増を賄う中間投入は、

産業Aからの投入＝2億円×0.20＝0.4億円

産業Bからの投入＝2億円×0.60＝1.2億円

産業Bの6億円の生産増を賄う中間投入は、

産業Aからの投入＝6億円×0.20＝1.2億円

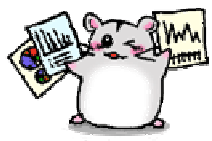
産業Bからの投入＝6億円×0.45＝2.7億円

両者を合計すると、

産業Aからの投入＝0.4億円＋1.2億円＝1.6億円

産業Bからの投入＝1.2億円＋2.7億円＝3.9億円

つまり、産業Aには1.6億円の需要、産業Bには3.9億円の需要が生じたということになるのです。



ここまでを整理すると、

① 当初生じたのは、工場建設の直接的な需要（最終需要）であり、産業Ａはその需要を受けて 10 億円の生産を行います。
② 次に、産業Ａの 10 億円の生産から中間投入の需要が産業Ａに 2 億円、産業Ｂに 6 億円生じ、産業Ａ、産業Ｂはそれぞれ 2 億円、6 億円の生産を行います。
③ さらに、産業Ａの 2 億円の生産から、中間投入の需要が産業Ａに 0.4 億円、産業Ｂに 1.2 億円生じ、また産業Ｂの 6 億円の生産から、中間投入の需要が産業Ａに 1.2 億円、産業Ｂに 2.7 億円生じ、産業Ａ、産業Ｂはそれぞれ合計 1.6 億円、3.9 億円の生産を行います。

ここでは、②のプロセスにより生じる生産額を第 1 回波及計算結果、③のプロセスにより生じる生産額を第 2 回波及計算結果と呼ぶことにしましょう。

ところで、おわかりのように、この計算にはまだ続きがあります。③の結果から産業Ａ、産業Ｂはそれぞれ 1.6 億円、3.9 億円の生産を行うわけですから、この生産を満たすために、また中間投入を行うことになるからです。つまり第 3 回波及計算結果です。

もちろん、そのプロセスは前とまったく同じです。そうなると、この計算は第 4 回、第 5 回と何回も同じプロセスの繰り返しになり、切りがなくなってしまうように思われますが、ちゃんと終わりはあるのです。波及していく生産額をもう一度見直してみましょう。

表 2-3 は、第 40 回まで計算した結果です。

第 1 次波及効果（移輸入なし）

表 2-3　波及効果の結果

（単位：億円）

	当 初	1 回	2 回	3 回	4 回
産 業 A	10	2	1.60	1.10	0.76
産 業 B	―	6	3.90	2.72	1.88

	5 回	6 回	7 回	8 回	9 回
産 業 A	0.5290	0.3667	0.2542	0.1762	0.1222
産 業 B	1.3046	0.9044	0.6270	0.4347	0.3014

	10 回	11 回	12～39 回計	40 回	合計
産 業 A	0.0847	0.0587	0.1327	0.000001	17.188
産 業 B	0.2089	0.1448	0.3274	0.000004	18.750

（四捨五入の関係で各回の和と合計は一致しない。）

段々ゼロに近づいているね

御覧になるとわかるように、波及効果は第 4 回、第 5 回と進むにつれ、産業Ａ、産業Ｂともにだんだん小さくなっていきます。

ある生産に必要な中間投入額は、その生産額よりは小さい（投入係数は 1 よりも小さい）のですから、その繰り返しはだんだん小さくなるのが当たり前です。そして、30 回、40 回と計算していけば、最終的にはほとんど 0 とみなせる数字になってしまうのです。

実は、40 回ぐらいまで計算すれば、それ以降は無視してしまっても大勢に影響はないのです。

この結果、「なのはな共和国」が工場建設に 10 億円の投資を行った結果、

産業Ａ　約 17 億 1,880 万円

産業Ｂ　約 18 億 7,500 万円

の生産を行うことになります。

当初の 10 億円の投資が、

17 億 1,880 万円＋18 億 7,500 万円＝35 億 9,380 万円

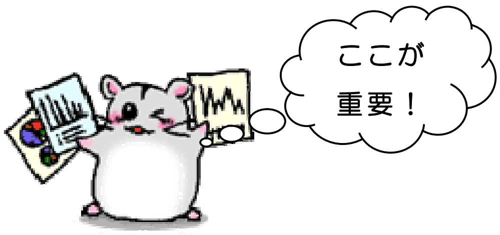
つまり、約 3.6 倍の生産を生み出したわけです。

これが生産の波及効果です。

これまでのプロセスからおわかりのとおり、産業連関表による波及効果分析とは、

「ある産業の最終需要が変化した時、その変化が各産業の中間需要の変化を引き起こし、それによって生産額が拡大していく」

ということを計測することにほかならないのです。



(2) 連立方程式による波及効果の求め方

以上のとおり繰り返し計算法は、波及効果の概念を捉えるために有効な方法ですが、同じような計算を何度も繰り返すのは手間がかかるし、「なのはな共和国」のように産業Ａと産業Ｂとしかないのならともかく、産業が 10 以上あったら、表現が繁雑にすぎるといった欠点があります。

そこで、以下では連立方程式を用いることにします。

まず、「なのはな共和国」の産業連関表を投入係数を使って書き換えてみましょう。

「投入係数＝中間投入額÷生産額」から、

「中間投入額＝投入係数×生産額」であることに着目して、

表 2-1 を表 2-4 のように書き換えます。

第１次波及効果（移輸入なし）

表 2-4　投入係数で表現した産業連関表

（単位：億円）

	産　業　A	産　業　B	最終需要	生　産　額
産　業　A	0.20×20	0.20×40	8	20
産　業　B	0.60×20	0.45×40	10	40
粗付加価値	4	14		
生　産　額	20	40		

さて、この表をヨコに見てください。

第１行の産業Ａでは、

中間需要（0.20×20＋0.20×40）＝ 12 億円
最終需要　8 億円
両者をあわせた生産額　20 億円

である状態を示しています。

同様に第２行の産業Ｂは、

中間需要（0.60×20＋0.45×40）＝ 30 億円
最終需要　10 億円
両者をあわせた生産額　40 億円

である状態を表しているわけです。

工場建設のケースは、新たに産業Ａに 10 億円の需要が生じた場合、生産額がどれだけになるかという問題でした。

この場合では、産業Ａの最終需要は 10 億円、産業Ｂの最終需要は０円です。産業Ａ、産業Ｂの生産額はこれから求めていく数字（これを未知数といいます）ですので、それぞれ x_1、x_2 と表すことにしましょう。粗付加価値もいくらになるのかわかりませんので、それぞれ v_1、v_2 と表します。そして、前に述べたように投入係数には変化はありません。

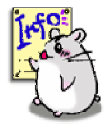
これらを使って工場建設の例を産業連関表で表すと、表 2-5 のようになります。

表 2-5　工場建設により最終需要が生じている場合の産業連関表

（単位：億円）

	産　業　A	産　業　B	最終需要	生産額
産　業　A	$0.20x_1$	$0.20x_2$	10	x_1
産　業　B	$0.60x_1$	$0.45x_2$	0	x_2
粗付加価値	v_1	v_2		
生　産　額	x_1	x_2		

縦横の生産額は
一致するんだよ！



この表をヨコに見ると、第 1 行の産業Ａでは、

中間需要（$0.20 \times x_1 + 0.20 \times x_2$）　億円
最終需要　10 億円
両者をあわせた生産額　x_1 億円

である状態を表しています。

同様に第 2 行の産業Ｂは、

中間需要（$0.60 \times x_1 + 0.45 \times x_2$）　億円
最終需要　0 億円
両者をあわせた生産額　x_2 億円

である状態を表しています。

このことを式で表すと、

産業Ａ　$0.20x_1 + 0.20x_2 + 10 = x_1$

産業Ｂ　$0.60x_1 + 0.45x_2 + 0 = x_2$

移項して整理すると、

第１次波及効果（移輸入なし）

産業Ａ　$0.80x_1－0.20x_2＝10$・・・・・・・・・(1)

産業Ｂ　$0.60x_1－0.55x_2＝0$・・・・・・・・・(2)

随分とすっきりした連立方程式となりましたが､その秘密は産業連関表の構造そのものにあります。

前に強調した｢ある産業のタテの合計とヨコの合計とは必ず一致している」という構造です。

投入係数は、タテの合計 x_1、x_2 を利用して算出していますので、中間投入（ヨコに見れば中間需要）も x_1、x_2 と投入係数の積で表すことができます。

それが、ヨコの合計の関係を表しているわけですから、未知数は x_1、x_2 の２つでおさまってしまうのです。

解いてみると、

(1) × 6　・・・・・・　$4.80x_1－1.20x_2＝60$

(2) × (－8)　・・・　$－4.80x_1＋4.40x_2＝0$

$$3.20x_2＝60$$

$$\therefore\ x_2＝18.750$$

これを(2)に代入して

$$0.60x_1－0.55\times 18.750＝0$$

$$\therefore\ x_1＝17.188$$

すなわち、

産業Ａには 17 億 1,880 万円

産業Ｂには 18 億 7,500 万円

の波及効果が生じるというのが結論です。

この結果を先の繰り返し計算の結果（30 頁）と比べて、一致していることを確認してください。

繰り返し計算の方は、40 回まででストップしていますが、連立方程式で計算した方は、理論上では波及が 0 に収束するまで計算しています。

これからの説明では行列が出てきます。なるべく簡潔にお話ししますのでお付き合いください。なお、行列を基礎から知りたいという方は 46 頁の「行列の基礎知識」を先にお読みください。

(3)　逆行列係数表による波及効果の求め方

連立方程式を用いても、未知数が 2 つだけでしたら、手計算でもらくらく解くことができ、波及効果を求めることができます。

でも、もし未知数が 6 つあって、

$$
\begin{aligned}
2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 9x_4 - x_5 - 2x_6 &= 10\\
7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 + 5x_5 - x_6 &= 81\\
3x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 7x_4 - x_5 + 2x_6 &= -8\\
5x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 - 4x_5 - 9x_6 &= 20\\
2x_1 + 4x_2 - x_3 + 4x_4 - 9x_5 - 2x_6 &= 10\\
7x_1 - 8x_2 - 2x_3 - 5x_4 - 3x_5 - x_6 &= -5
\end{aligned}
$$

を解かなければならないような場合、表現があまりに繁雑です。

そこで、行列とベクトルとを用いる必要が出てくるわけです。

以下、この例について考え方だけ述べていきます。

行列表記すると、

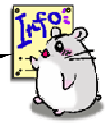
$$
\begin{pmatrix}
2 & 4 & -3 & 9 & -1 & -2\\
7 & 3 & 2 & 6 & 5 & -1\\
3 & -4 & -5 & -7 & -1 & 2\\
5 & 5 & -3 & 9 & -4 & -9\\
2 & 4 & -1 & 4 & -9 & -2\\
7 & -8 & -2 & -5 & -3 & -1
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\\ x_6 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} 10\\ 81\\ -8\\ 20\\ 10\\ -5 \end{pmatrix}
$$

これらの（　）を左から順に　E、X、Fとおいて

　　　EX＝F　と表現します。

すると、$X = E^{-1}F$ で未知数 x の組（x_1～x_6）を求めることができます。

Eの逆行列は「E^{-1}」と表記します。



もちろん、この計算では逆行列 E^{-1} を計算しなくてはなりませんし、実際、手計算でそれを求めるのは結構大変です。

しかし、実務上は表計算ソフトを使ってパソコンで計算してしまいますので、手間はあまりかかりません。

それどころか、産業連関表には必ずと言っていいほど、投入係数表から計算された逆行列係数表がすでに付いているので、そのままパソコンに入力し、それに並べて最終需要を入力し、かけ算をするだけで済みます。

移輸入を考えない場合は、通称「$(I - A)^{-1}$型逆行列係数表」を用い、求める生産額の増加額をXとすると

$$\boxed{X = (I - A)^{-1}\ Y}$$

で、波及効果が測定できてしまうのです。

I	：単位行列	数字でいう「1」のようなもの
A	：投入係数行列	投入係数表と同じに数字を並べたもの
Y	：最終需要ベクトル	最終需要の額をタテ1列に並べたもの

逆行列係数表を使えば、波及効果が測定できることがわかれば十分と思われる方は、次の 2-2 へ進んでください。

それでは、先ほどの「なのはな共和国」の例で考えてみましょう。

工場建設での最終需要 10 億円が生じたときの式は

産業Ａ　$0.20x_1+0.20x_2+10=x_1$

産業Ｂ　$0.60x_1+0.45x_2+\ 0=x_2$

でした。

これは投入係数をそのままの形で行列にしていますので、「投入係数行列」と呼びます。

これを行列で表すと、

$$\begin{bmatrix}0.20 & 0.20\\ 0.60 & 0.45\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}10\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

となります。

さて、この式を解いていきましょう

$$\begin{bmatrix}0.20 & 0.20\\ 0.60 & 0.45\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}10\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

移項して

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.20 & 0.20\\ 0.60 & 0.45\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\ 0\end{bmatrix}$$

まとめると

$$\left\{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.20 & 0.20\\ 0.60 & 0.45\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\ 0\end{bmatrix}$$

整理すると

$$\begin{bmatrix}0.80 & -0.20\\ -0.60 & 0.55\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10\\ 0\end{bmatrix}\quad\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot(3)$$

となります。

この行列による方程式は、34 頁で出てきた

産業Ａ　$0.80x_1 - 0.20x_2 = 10$・・・・・・・・・・(1)

産業Ｂ　$0.60x_1 - 0.55x_2 = 0$・・・・・・・・・・(2)

をちょっとだけ表現を変えた

産業Ａ　$0.80x_1 - 0.20x_2 = 10$

産業Ｂ　$-0.60x_1 + 0.55x_2 = 0$

という２つの式を、行列で表した形になっています。

ここで両辺に逆行列をかけて整理します。

なお、

$$\begin{bmatrix} 0.80 & -0.20 \\ -0.60 & 0.55 \end{bmatrix}$$ の逆行列は

$$\begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix}$$ で、パソコンで簡単に求められます。

では、この逆行列を(3)の式の両辺にかけてみましょう。

$$\begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.80 & -0.20 \\ -0.60 & 0.55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

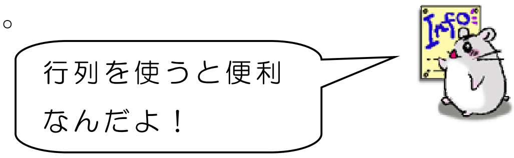
$$= \begin{bmatrix} 1.7188 \times 10 + 0.6250 \times 0 \\ 1.8750 \times 10 + 2.5000 \times 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17.188 \\ 18.750 \end{bmatrix}$$

計算の結果、産業Ａには 17 億 1,880 万円、産業Ｂには 18 億 7,500 万円の波及効果が生じるということになりました。

計算の途中で、端数を小数点以下何桁までとるかによって、少し差が出てしまいますが、行列計算で得た結果と、連立方程式を解いた結果は同じです。いや、両者は同じことを行っているに過ぎません。ただ途中のプロセスが少し違うだけです。

それでは、なぜ連立方程式をわざわざ苦労して行列を使って表現するのでしょうか。実は、行列とは大変便利なものだからです。その理由は主に２つあります。



第１に、式を簡潔に表現できるということが挙げられます。

では、１つのベクトル、あるいは１つの行列を、１つのアルファベットの大文字で表してみます。

産業連関表の行列においては、普通、投入係数行列は「**A**」、単位行列は「**I**」、生産額のベクトルは「**X**」、最終需要のベクトルは「**Y**」と表します。また、逆行列は行列の右上に小さく「-1」をつけます。

$$\text{投入係数行列} = \begin{pmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{pmatrix} = \mathbf{A}$$

$$\text{単位行列} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I}$$

$$\text{生産額のベクトル} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \mathbf{X}$$

$$\text{最終需要のベクトル} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{Y}$$

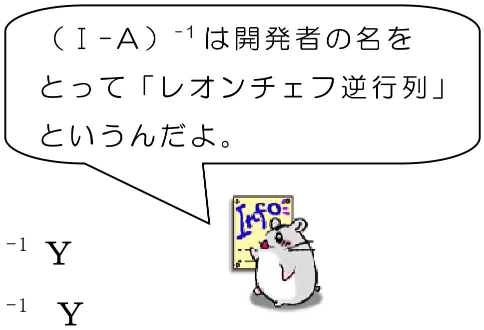
そうすると、先ほどの工場建設の最終需要 10 億円が生じたと

きの行列を使った式

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

は、$\boxed{AX+Y=X}$ と表現できます。

すると37～38頁にかけての行列の計算は、以下のとおり表すことができます。



$$AX+Y=IX$$

$$IX-AX=Y$$

$$(I-A)X=Y$$

$$(I-A)^{-1}(I-A)X=(I-A)^{-1}\ Y$$

$$IX=(I-A)^{-1}\ Y$$

$$\boxed{X=(I-A)^{-1}\ Y}$$

どうですか、随分すっきりしましたよね。

このようにアルファベットを使うと、行列やベクトルを簡潔に見やすく表すことができます。

行列を使うメリットその2は、計算が容易になることです。

上の式では、あと逆行列$(I-A)^{-1}$を計算すればよいのですが、表計算ソフトの逆行列の関数を使えば簡単に求めることができます。

逆行列係数表

さて、38頁の中ほどでてできた逆行列について、もう一度じっくりながめて見ましょう。

$$\begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix}$$

この逆行列は、先ほど扱った$X=(I-A)^{-1}Y$という式の中では、「$(I-A)^{-1}$」として表現されています。

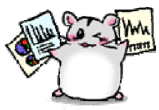
そのため、この行列は「$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$型逆行列」と呼ばれています。

そして、産業連関表における、この逆行列を表にしたものを「$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$型逆行列係数表」といい、逆行列を構成する１つ１つの要素「1.7188」、「1.8750」などを逆行列係数といいます。

表 2-6　$(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$型逆行列係数表

	産業Ａ	産業Ｂ
産業Ａ	1.7188	0.6250
産業Ｂ	1.8750	2.5000

先ほど出てきた投入係数表と違って、逆行列係数表は作り方が少々複雑ですし、手間もかかります。しかし、手間ヒマかけただけの甲斐あって、この表は産業連関分析にとって極めて頼もしい存在です。



その理由をお話ししましょう。

工場建設の例で、産業Ａに 10 億円の最終需要が生じたケースでは、その波及効果は、

$$\mathbf{X}=(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}、つまり$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

で計算できました。

それでは、ここで別のケース、すなわち「産業Ａに 10 億円の最終需要が生じた（同時に産業Ｂに 0 円の最終需要が生じた）」のではなく、「産業Ａに３億円の最終需要が生じ、同時に産業Ｂに７億円の最終需要が生じた」ケースを考えてみましょう。

第1次波及効果（移輸入なし）

例　産業Aに3億円の最終需要が生じ、同時に産業Bに7億円の最終需要が生じた場合の波及効果

このケースを最初から順に考えていくのであれば、もちろん工場建設と同じように計算をしていけばよろしいのですが、ここで一工夫をします。

先ほどの式（$\mathbf{X}=(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{Y}$）をじっと見ると、既に計算済みの逆行列に最終需要ベクトルをかければ、波及効果が計算できる状態になっています。ということは、もしかして最終需要ベクトルの数値だけをかえてやれば、

つまり、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

の計算をすれば、答えが出てしまうのでは？

そのとおりです。やってみましょう。

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188\times 3+0.6250\times 7 \\ 1.8750\times 3+2.5000\times 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5.156+\ 4.375 \\ 5.625+17.500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.531 \\ 23.125 \end{bmatrix}$$

すなわち、産業Aには　9億5,310万円
産業Bには23億1,250万円
合計　　　32億6,560万円

の波及効果が生じるわけです。

同じ10億円の最終需要でも、工場建設のように「産業Aに10

億円の最終需要が生じた」ケースは35億9,380万円でしたから、「産業Ａに3億円の最終需要が生じ、同時に産業Ｂに7億円の最終需要が生じた」ケースの方が、合計では波及効果が小さいことがわかります。

このように、逆行列係数表があらかじめ作成されていれば、容易に波及効果の計算ができるのです。

さらに便利な使い方をご紹介します。

もう一度、表2-6の逆行列係数表を御覧ください。

表 2-6　（Ｉ－Ａ）$^{-1}$ 型逆行列係数表

	産業Ａ	産業Ｂ
産業Ａ	1.7188	0.6250
産業Ｂ	1.8750	2.5000
列　和	3.5938	3.1250

「列和」とは逆行列係数を列ごとに足したものだよ。

今、産業Ａだけに1億円の最終需要が生じた場合を考えますと、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.7188 \times 1 + 0.6250 \times 0 \\ 1.8750 \times 1 + 2.5000 \times 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.7188 \\ 1.8750 \end{bmatrix}$$

つまり、その波及効果は、

産業Ａ	１億 7,188 万円
産業Ｂ	１億 8,750 万円
計	３億 5,938 万円

ここで求められた波及効果の並び方は、産業Ａの逆行列係数をタテに見た並び方とまったく同じです。

同じように、産業Ｂだけに１億円の最終需要が生じた場合を考えますと、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7188 & 0.6250 \\ 1.8750 & 2.5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.7188 \times 0 + 0.6250 \times 1 \\ 1.8750 \times 0 + 2.5000 \times 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.6250 \\ 2.5000 \end{bmatrix}$$

ですから、波及効果は、

産業Ａ	6,250 万円
産業Ｂ	２億 5,000 万円
計	３億 1,250 万円

今度も、産業Ｂの逆行列係数をタテに見た並び方とまったく同じです。

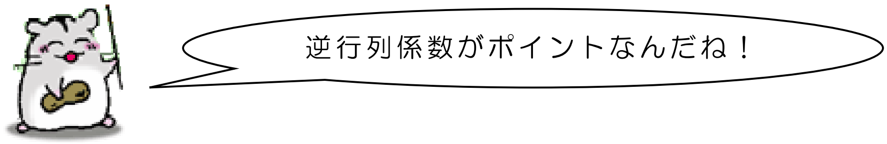
つまり、このことは、「逆行列係数表を列ごとにタテに見ると、ある産業に１単位の最終需要が発生した場合、それが生み出す波及効果がわかる」ことを意味しているのです。

例えば「産業Ａに生じた１兆円の最終需要は、産業Ａに対し１兆 7,188 億円、産業Ｂに対し１兆 8,750 億円、合計で３兆 5,938 億円の波及効果を生み出す」というようにです。

そして、このことから逆行列係数表の産業ごとの列和を見れば、「同じ１単位の最終需要ならば、どの産業が波及効果を生み出す

力が強いか｣を読みとることができます。

例えば､産業Ａと産業Ｂに同じ１億円の最終需要が発生したのであれば、生み出す波及効果はそれぞれ 3 億 5,938 万円、3 億 1,250 万円ですから､産業Ａの方が波及効果が大きいことがわかるのです。



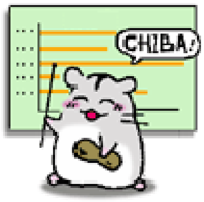
産業連関表には必ず､既に計算された逆行列係数表が付いているので、それを見れば｢各産業の１単位の最終需要がどの産業に対し、どれだけ波及効果を生み出すか｣、また、産業ごとの列和を見れば「同じ１単位の最終需要ならば、どの産業が波及効果を生み出す力が強いか」などを読み取ることができます。

ただ､ここで使用した逆行列係数は､前にお話ししたとおり、「$(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}$型逆行列係数」と呼ばれるもので、実際に生産の波及効果を算出する場合は、移輸入を考慮した

「$[\mathrm{I}-(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1}$型逆行列係数」を使います。

この係数については次章でお話しますので､ここまでのところでは､「逆行列係数とは何か」を理解していただければそれで十分です。

行列の基礎知識Ⅰ



行列、ベクトルとは

下図のように数字の組があるとき、横の並びを「行」、縦の並びを「列」といいます。この例では、行の数は 3、列の数は 4 です。

	列	列	列	列
行 ——	1	2	3	4
行 ——	0	6	2	9
行 ——	3	1	0	2

さて、ベクトルとは、（1，4）、$\begin{pmatrix}2\\5\\4\end{pmatrix}$ のように、行数が 1 で列数が 2 以上、または列数が 1 で行数が 2 以上の数の組を表します。前者は横に長い形で「行ベクトル」ともいい、後者は縦に長い形で「列ベクトル」ともいいます。

次に行列とは

$$\begin{pmatrix}2&3\\5&7\end{pmatrix}、\begin{pmatrix}12&35&5&8\\0&7&4&2\\4&6&0&10\end{pmatrix}$$

のように行数、列数とも 2 以上の数を配列したものです。

本書で主に扱うのは、「2 行 1 列のベクトル」と「2 行 2 列の行列」ですが、これを理解できれば、行数や列数がもっと増えても同じような方法で扱っていくことができます。

なお、行数も列数も 1 の場合、普通の数を表すわけですが、これをスカラーと呼びます。スカラーで四則演算ができるように、

ベクトルや行列もある「きまり」に従って相互に四則演算ができます。

さて、一般に

$$ax_1 + bx_2 = y_1$$

$$cx_1 + dx_2 = y_2$$

という式の組を

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

と表します。ここで

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

は行列とベクトルの積であり、

$$\begin{pmatrix} a \times x_1 + b \times x_2 \\ c \times x_1 + d \times x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax_1 + bx_2 \\ cx_1 + dx_2 \end{pmatrix}$$

のように計算されます。

こういうことがらは、「きまり」なので理屈抜きにおぼえてしまってください。

行列どうしの加法、乗法については、

$$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e+a & f+b \\ g+c & h+d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ea+fc & eb+fd \\ ga+hc & gb+hd \end{pmatrix}$$

ですので、記憶しておいてください。

ただし、乗法については、一般に交換の法則が成り立たず、

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

ですので、気をつけてください。

例えば、

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 5 \\ 25 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

です。

また、ベクトルや行列にスカラーをかける(割る)こともでき、

$$a \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax_1 \\ ax_2 \end{bmatrix}、\quad b \times \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bp & bq \\ br & bs \end{bmatrix}$$

となります。

ところで、ここで一つの特別な行列を紹介します。それは、

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

で、この行列を単位行列といいます。

単位行列は、ちょっとおもしろい性質を持つ行列で、

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times x_1+0\times x_2 \\ 0\times x_1+1\times x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a\times 1+b\times 0 & a\times 0+b\times 1 \\ c\times 1+d\times 0 & c\times 0+d\times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

のように、

「単位行列を他のベクトルや行列に乗じても、相手のベクトル、行列はもとのままである」というユニークな性質があります。

つまり、「数字の1を他の数字に乗じても、相手の数字は、もとのままである。例えば5×1＝5、1×0.3＝0.3」という関係のごとくです。

「ベクトル、行列の世界における単位行列」は「スカラーの世界における数字の1」に大変似ているのです。

次は逆行列です。

もしも仮に、

$$\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ かつ、

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ となるような $\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

があれば、この $\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ を $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ の逆行列といいます。

つまり、ある行列との積が単位行列になるような行列を逆行列というのです。

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$ の逆行列は、$$\begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

で求められます。

数字の「逆数」を思い出してください。

ある数にその逆数をかけると 1 になりますよね。

例えば、3 の逆数は 1／3 で、3×（1／3）＝1 ですし、

数 j の逆数は 1／ j で、 j ×（1／ j ）＝1 になります。

それと同じことで「行列の世界における逆行列」は「スカラーの世界における逆数」に相当するものです。

2-2　第１次波及効果　その２

（移輸入を考えたケース）

ここからの話は移輸入と移輸出とを含めた表で考えるので、前章に比べて少し話が込み入ってきます。そして、「$(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}$型逆行列」に対し、移輸入を考慮した「$[\mathrm{I}-(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1}$型逆行列」を扱います。

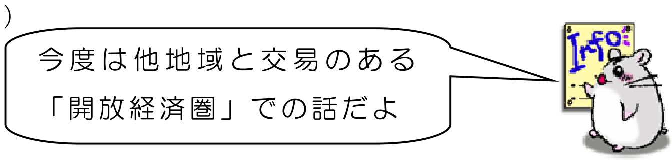
しかし、両者の基本的な考え方はほとんど同じですので、心配することはありません。

まず、覚えておいていただきたいのは、「$(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}$型逆行列」では、「生じた最終需要を満たすため行う生産は、すべてその地域内（例えば国内、県内）で行われる」〈閉鎖型〉という考え方に立つのに対し、「$[\mathrm{I}-(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1}$型逆行列」では、「生じた最終需要を満たすため、一部の生産はその地域内で行うが、残りの部分については移輸入によって他地域から賄う」＜開放型＞という考え方になっています。

このことは、「ある最終需要に対応した生産を行うプロセスにおいて、そのうちの一部は移輸入で賄うので、全部を地域内で生産した場合に比べ波及効果は小さくなる」ことを意味しています。

したがって、当然のことながら、同一条件で最終需要が生じた場合の波及効果でも「$(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}$型逆行列」で計算される波及効果に比べ、「$[\mathrm{I}-(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1}$型逆行列」で計算される波及効果は小さくなります。このことを頭の片隅にでも置いておいていただければ、これからの話も分かりやすくなると思います。

前章で扱った「なのはな共和国」の産業連関表は、移輸入も移輸出もない閉鎖経済圏でした。しかし、時代の流れで、なのはな共和国も他地域との交易を行うようになりました。それが表2-7の産業連関表です。（この表は24頁の表2-1に移輸入などの項目が加わったものです。）



第１次波及効果（移輸入あり）

表 2-7 他地域との交易のある産業連関表

（単位：億円）

	中間需要 産業Ａ	中間需要 産業Ｂ	国内最終需要	移輸出	移輸入	生産額
産業Ａ	4	8	8	5	5	20
産業Ｂ	12	18	20	10	20	40
粗付加価値	4	14				
生産額	20	40				

「移輸出＝移出＋輸出」　「移輸入＝移入＋輸入」

「生産額＝中間需要＋最終需要＋移輸出－移輸入」

（移輸入は控除項目で通常はマイナス表記されますが、本書では説明のためにプラスで表記）

この産業連関表の見方で注意していただきたいのは、各産業をヨコに見た場合の数値は、実は、移輸入を含んでいるということです。そのことをわかっていただくために、ここで「国内での生産」と「移輸入」とを分離してある表 2-8 をお目にかけましょう。

表 2-8　国内生産と移輸入を分離した産業連関表

（単位：億円）

		中間需要 産業Ａ	中間需要 産業Ｂ	国内最終需要	移輸出	移輸入	生産額
産業Ａ	国内生産	2	6	7	5	－	20
	移輸入分	2	2	1	－	5	－
産業Ｂ	国内生産	8	12	10	10	－	40
	移輸入分	4	6	10	－	20	－
粗付加価値		4	14				
生産額		20	40				

移輸出の移輸入分が「－」となっていることに注意！つまり移輸出の需要を満たすために移輸入を行う場合はない！とみなしているんだよ。

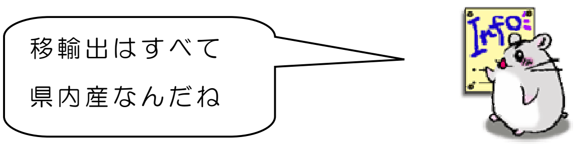
産業Ａについてヨコに見ますと、御覧のように、

・産業Ａが同じ産業Ａに対して売った商品（サービス）４億円のうち、２億円は国内生産によるものであり、２億円は移輸入によって賄った。
・産業Ａが産業Ｂに対して売った商品（サービス）８億円のうち、６億円は国内生産によるものであり、２億円は移輸入によって賄った。
・産業Ａが国内最終需要を満たすために売った商品（サービス）８億円のうち、７億円は国内生産によるものであり、１億円は移輸入によって賄った。

ということになっています。

ところで、最終需要が移輸出の場合は、移輸入を含んでいません。

これは、通常「移輸出の需要を満たすために、わざわざ移輸入を行うことはない」と、みなしていることによります。



例えば、「なのはな共和国」、「ストック王国」、「あじさい連邦」の３国があって、「なのはな共和国」が「あじさい連邦」から落花生を輸入するとき、

なのはな共和国　←　あじさい連邦

とすれば良いのであって、わざわざ間にストック王国が入って

なのはな共和国　←　ストック王国　←　あじさい連邦

とすることはないと考えるのです。

（もっとも厳密にいえば、シンガポールのように中継貿易というケースもあるのですが、話を簡単にするため、ここでは無視してください。）

第１次波及効果（移輸入あり）

表 2-7 を分離したものが表 2-8 であり、表 2-8 を統合したものが表 2-7 であることが御理解いただけましたでしょうか。

産業連関表は、作表上の都合から通常表 2-7 のような様式になっており、また、波及効果の分析に関しては、表 2-7 の方が都合が良いことがあるのです。

とにかくここでは、表 2-7 の移輸入とは、実際には表 2-8 のような構造になっているんだということを把握しておいてください。

では、表 2-7 に戻ります。さて、このような表での波及効果分析はどのように考えていけば良いでしょうか。先ほどの工場建設の例と同じように、産業Ａにのみ 10 億円の地域内最終需要が生じた場合をとりあげてみます。

例　産業Ａにだけ 10 億円の最終需要が生じた。

まず、表 2-7 から投入係数表を作って考えてみましょう。

表 2-9　投入係数表（表 2-2 と同じ）

	産　業　Ａ	産　業　Ｂ
産　業　Ａ	0.20	0.20
産　業　Ｂ	0.60	0.45

移輸入を考えない場合と同じ考え方でいけば、産業 A が需要に応じ、10 億円の生産を行うのですから、産業Ａの投入係数をタテに見て、

産業Ａからの投入 ＝10 億円×0.20＝2 億円

産業Ｂからの投入 ＝10 億円×0.60＝6 億円

の中間投入が必要になります。そこで中間投入を賄うため、産業

Ａでは２億円の生産を行う必要があり、産業Ｂでは６億円の生産を行う必要があるということになる、というのがこれまでの考え方でした。

しかし、現実では10億円の需要は、必ずしも10億円の直接生産に結びつくとは限りません。例えば、農産物に対して10億円の需要が生じた場合、そのうち６億円分については県内で生産するけれども、４億円分については他の国から輸入するということだってあるはずです。

それでは、仮に県内で生産するのは６億円であるとしましょう。産業Ａの投入係数をタテに見て、

産業Ａからの投入 ＝6 億円×0.20＝1.2 億円

産業Ｂからの投入 ＝6 億円×0.60＝3.6 億円

の中間投入が必要になります。ところが、この中間投入を賄うための生産も、やはり必ずしも国内で行われるとは限りません。仮に、

・産業Ａからの投入＝1.2 億円のうち
　　国内生産で賄う分＝1.0 億円
　　移輸入で賄う分　＝0.2 億円
・産業Ｂからの投入＝3.6 億円のうち
　　国内生産で賄う分＝2.0 億円
　　移輸入で賄う分　＝1.6 億円

という場合であれば、国内の生産に対して産業Ａでは１億円、産業Ｂでは２億円しか波及しません。さらに、この後の波及に対しても、同様に移輸入の分を控除して計算しなくてはならないわけです。

このように移輸入を考慮した波及効果は、どのように計算したらよいのでしょうか。

第1次波及効果（移輸入あり）

まず第一に、何らかの方法で最終需要のうち、直接国内で生産される金額を把握しなくてはなりません。

もともと移輸入額は、国内需要額の一部を占めるものです。そこで「ある産業の移輸入額と、その産業の国内需要額（中間投入額＋国内最終需要額）の割合は、いつの時点でも一定であり、変化しない」と仮定します。

これは、例えば「現在は国内需要額が 10 億円で、うち移輸入額が 5 億円を占めている。つまり、国内需要のうち 50%は移輸入で賄っている。この比率は変化せず、したがって、今後もし国内需要額が 20 億円になったとしたら、移輸入額は 10 億円になる」ことを表しています。

ここで、表 2-7 に戻ってください。表 2-7 で国内需要に占める移輸入分の割合（これを移輸入率といいます）をそれぞれ t_1 、t_2 とすると

$$t_1 = \frac{\text{産業Aの移輸入額}}{\text{産業Aの中間需要額＋産業Aの国内最終需要額}}$$

$$= \frac{5}{4+8+8} = 0.25$$

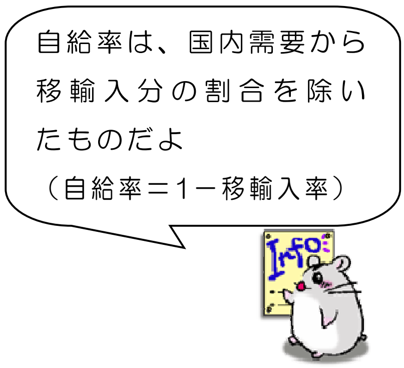
$$t_2 = \frac{\text{産業Bの移輸入額}}{\text{産業Bの中間需要額＋産業Bの国内最終需要額}}$$

$$= \frac{20}{12+18+20} = 0.40$$

また、「国内需要に占める国内生産分の割合（これを自給率といいます）」を γ_1、γ_2 とすると

$$\gamma_1 = 1 - t_1 = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$\gamma_2 = 1 - t_2 = 1 - 0.40 = 0.60$$



そうであれば、産業Ａに 10 億円の最終需要が生じた場合、

国内生産物で･･･10×0.75＝7.5 億円分を賄い、

移輸入で･･･････10×0.25＝2.5 億円分を賄う。

ということになります。

この 7.5 億円の国内需要が中間投入を通じて国内生産に波及していくわけです。

しかし、このあとが困りました。産業Ａの 7.5 億円の国内需要から生じる中間投入のうち、どれだけが国内での生産活動に依存し、どれだけが移輸入に依存していくのかがまだわかっていません。そこでもう一つ仮定します。

それは「産業連関表をヨコに見た場合、中間需要、最終需要を問わず、どの部門でも国内需要と移輸入需要との比率は一定である」という仮定です。

どういうことかというと、次の表を見てください。

表 2-10　国内生産と移輸入を分離した産業連関表

（単位：億円）

	中間需要		国内最終需要	移輸出	移輸入	生産額
	産業Ａ	産業Ｂ				
産業Ａ 国内生産	4×0.75 3.0	8×0.75 6.0	8×0.75 6.0	5	－	20
産業Ａ 移輸入分	4×0.25 1.0	8×0.25 2.0	8×0.25 2.0	－	5	－
産業Ｂ 国内生産	12×0.6 7.2	18×0.6 10.8	20×0.6 12.0	10	－	40
産業Ｂ 移輸入分	12×0.4 4.8	18×0.4 7.2	20×0.4 8.0	－	20	－
粗付加価値	4	14				
生産額	20	40				

第1次波及効果（移輸入あり）

この表の産業Aをヨコにみると、

産業Aが、産業Aに対して売った金額のうち、

国内生産の占める割合は　4×0.75億円

移輸入分の占める割合は　4×0.25億円

産業Aが、産業Bに対して売った金額のうち、

国内生産の占める割合は　8×0.75億円

移輸入分の占める割合は　8×0.25億円

産業Aが、最終需要に対して売った金額のうち、

国内生産の占める割合は　8×0.75億円

移輸入分の占める割合は　8×0.25億円

となっています。

このように、ある産業をヨコにみた場合、すべての項目で国内生産と移輸入分の比率は同一であるとみなすのです。

このように仮定することで、波及効果の計算方法が見えてきました。

さきほどの話に戻ると、産業Aに10億円の最終需要が生じた場合、

国内生産物で･･･10×0.75＝7.5億円分を賄い、

移輸入で･･･････10×0.25＝2.5億円分を賄う。

ということでした。

そして、国内に生じた7.5億円の需要は中間投入を通じて波及していくことまではわかっています。そこで「この中間投入のうち、どれだけが国内での生産活動に依存し、どれだけが移輸入に依存しているか」を考えます。

表2-10をもとに、移輸入も考慮した投入係数表を考えると表2-11のようになります。

表 2-11（表 2-10 の投入係数）

		産　業　A	産　業　B
産 業 A	国内生産	0.15	0.15
	移輸入分	0.05	0.05
産 業 B	国内生産	0.36	0.27
	移輸入分	0.24	0.18

この表で、各産業の中間投入に占める移輸入の割合は安定していて、時間がたっても変化がないと仮定します。そうすると、このうち国内生産に関わる分だけを考えていけばよいわけです。

表 2-12　国内生産に関わる分だけの投入係数

	産　業　A	産　業　B
産業A国内生産	0.15	0.15
産業B国内生産	0.36	0.27

投入係数がわかれば、波及効果の計算ができます。

方法としては、移輸入を考えないケースで扱ったように，

(1) 繰り返し計算法　による求め方

(2) 連 立 方 程 式　による求め方

(3) 逆 行 列 係 数 表　による求め方

と、3 通りの求め方が考えられます。

ここでは、(1)繰り返し計算法による求め方は省略します。

（2）連立方程式による求め方

まず、表 2-7 を、投入係数を使って書き換えると以下のとおりです。

表 2-13　表 2-7 の投入係数を使って書き換えた産業連関表

	中間需要		国内最終需要	移輸出	移輸入	生産額
	産業Ａ	産業Ｂ				
産業Ａ	20×0.20	40×0.20	8	5	5	20
産業Ｂ	20×0.60	40×0.45	20	10	20	40
粗付加価値	4	14				
生産額	20	40				

最終需要には国内と移輸出の 2 種類がありますが、この例では、国内の最終需要として産業Ａに 10 億円の需要が生じました。（表 2-14）

この場合、移輸入は生産の波及に連れて変化していく数値ですので、未知数 m_1、m_2 とおきます。

表 2-14　産業Ａに 10 億円の最終需要が生じた場合

	中間需要		国内最終需要	移輸出	移輸入	生産額
	産業Ａ	産業Ｂ				
産業Ａ	$x_1 \times 0.20$	$x_2 \times 0.20$	10	0	m_1	x_1
産業Ｂ	$x_1 \times 0.60$	$x_2 \times 0.45$	0	0	m_2	x_2
粗付加価値	v_1	v_2				
生産額	x_1	x_2				

これをヨコにみて方程式で表すと、

産業Ａ　$0.20x_1 + 0.20x_2 + 10 + 0 - m_1 = x_1$

産業Ｂ　$0.60x_1 + 0.45x_2 + 0 + 0 - m_2 = x_2$

となります。

この方程式は２つですが、未知数は x_1、x_2、m_1、m_2 と４つあり、このままでは未知数を求めることはできません。そこで m_1、m_2 を消去します。先の２つの仮定を思い出してください。

「ある産業の移輸入額と、その産業の国内需要額（中間投入額＋国内最終需要額）の割合は一定である」
「産業連関表をヨコにみた場合、中間需要、最終需要を問わず、どの部門でも国内需要と移輸入需要との比率は一定である」

という仮定です。

産業連関表での「国内需要に占める移輸入分の割合」t_1、t_2 は先に計算したとおり、

$$t_1 = \frac{\text{産業Aの移輸入額}}{\text{産業Aの中間需要額＋産業Aの国内最終需要額}}$$

$$= \frac{5}{4+8+8} = 0.25$$

$$t_2 = \frac{\text{産業Bの移輸入額}}{\text{産業Bの中間需要額＋産業Bの国内最終需要額}}$$

$$= \frac{20}{12+18+20} = 0.40$$

でした。

この「国内需要に占める移輸入分の割合」t_1、t_2 が、生産が波及していくプロセスにおいても一定だとすれば、

第１次波及効果（移輸入あり）

$$t_1 = \frac{m_1}{0.20x_1+0.20x_2+10} = 0.25$$

$$m_1 = 0.25\times(0.20x_1+0.20x_2+10)$$

$$t_2 = \frac{m_2}{0.60x_1+0.45x_2+0} = 0.40$$

$$m_2 = 0.40\times(0.60x_1+0.45x_2+0)$$

これで、m_1、m_2 を x_1、x_2 で表すことができました。そこで、m_1、m_2 を前の式

産業Ａ　$0.20x_1+0.20x_2+10+0-m_1=x_1$

産業Ｂ　$0.60x_1+0.45x_2+\ 0+0-m_2=x_2$

に代入すれば、

産業Ａ　$0.20x_1+0.20x_2+10+0$

$-0.25\times(0.20x_1+0.20x_2+10)=x_1$

産業Ｂ　$0.60x_1+0.45x_2+\ 0+0$

$-0.40\times(0.60x_1+0.45x_2)=x_2$

これらを整理して

産業Ａ　$0.85x_1-0.15x_2=7.5$

産業Ｂ　$0.36x_1-0.73x_2=0$

これを解いて　$x_1=9.665$　　$x_2=4.766$

つまり、産業Ａの 10 億円の最終需要が生み出す波及効果は、

産業Ａでは 9.665 億円、産業Ｂでは 4.766 億円、

計 14.431 億円となるわけです。

次に逆行列係数による求め方です。

これから説明する行列の計算でも得られる結果は同じですので、行列が苦手な方は、69 頁中ほどの「2 つの逆行列係数の比較」以降をお読みください。

(3) 逆行列係数による求め方

まず、表 2-14 を行列を使って表します。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}}_{\text{投入係数行列}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\text{生産額ベクトル}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{国内最終需要ベクトル}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{移輸出ベクトル}} - \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}}_{\text{移輸入ベクトル}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\text{生産額ベクトル}}$$

移輸出ベクトルは 0 なので省略しますと、

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

未知数である m_1、m_2 については、さっきの(2)連立方程式による求め方でありましたように、次のとおりです。

$$m_1 = 0.25 \times (0.20x_1 + 0.20x_2 + 10)$$

$$m_2 = 0.40 \times (0.60x_1 + 0.45x_2 + \ \ 0)$$

これを行列で表すと、

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20x_1 + 0.20x_2 + 10 \\ 0.60x_1 + 0.45x_2 + \ \ 0 \end{bmatrix}$$ となり、

これは「対角行列」といって便利な行列なんだよ。詳しくはこの章の最後を見てね。

変形すると、

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

…………………①

　となります。

　先の式

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

に①を代入すると、

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}-$$

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

となります。

　少し長い式なので、これを例のアルファベット表示を使い、もっと簡潔に表してみましょう。

Ａ＝投入係数行列　　　　　**Ｉ**＝単位行列

Ｘ＝生産額ベクトル　　　　**Ｙ**＝国内最終需要ベクトル

Ｅ＝移輸出ベクトル　　　　**Ｍ**＝移輸入ベクトル

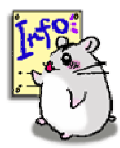
$\hat{\mathbf{M}}$＝移輸入率対角行列

とおくと、

ＡＸ＋Ｙ＋Ｅ－Ｍ＝Ｘ

　この例では、

$$\mathbf{E}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



ですから、すぐに**ＡＸ＋Ｙ－Ｍ＝Ｘ**としてしまってもよろしいのですが、一般的な場合にも対応できるように**Ｅ**もいれたままにします。

ＡＸ＋Ｙ＋Ｅ－Ｍ＝Ｘ・・・・②

　ここで**Ｍ**（移輸入ベクトル）は、先ほどの①より

$\mathbf{M}=\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{AX}+\mathbf{Y})$・・・・・・③

ですから、②に③を代入して

$$AX + Y + E - \hat{M}(AX + Y) = X$$

さらに、整理すると、

$$X - AX + \hat{M}AX = Y - \hat{M}Y + E$$

$$IX - (I - \hat{M})AX = (I - \hat{M})Y + E$$

$$[I - (I - \hat{M})A]X = (I - \hat{M})Y + E$$

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \quad \cdots\cdots\cdots ④$$

この形は、産業連関分析で最も重要な式であり、モデル式と呼ばれています。

では、具体的に計算を続けるために、モデル式④の右辺のアルファベット表示を元の形に戻してみましょう。

$$[I - (I - \hat{M})A]$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.85 & -0.15 \\ -0.36 & 0.73 \end{bmatrix}$$

$$(I - \hat{M})Y + E$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

となります。

これらを④式に代入して

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 & -0.15 \\ -0.36 & 0.73 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 7.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

第１次波及効果（移輸入あり）

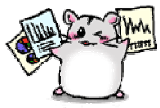
逆行列など、パソコンで計算すればわけもなく

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2886 & 0.2648 \\ 0.6355 & 1.5004 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.665 \\ 4.766 \end{bmatrix}$$

が得られます。

つまり、産業Ａの 10 億円の最終需要が生み出す波及効果は、産業Ａでは 9.665 億円、産業Ｂでは 4.766 億円、計 14.431 億円と、結果がでました。



２つの逆行列係数の比較

次に、移輸入があるケースと、ないケースの波及効果を比較してみましょう。

まず、先のモデル式をもう一度御覧ください。

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1} [(I - \hat{M})Y + E] \quad \text{（モデル式）}$$

この式は、国内最終需要Ｙの左から $(I - \hat{M})$ をかけた上、更に、左から逆行列をかければ、求めるＸが得られることを示しています。

これは、移輸入がないケースで扱った $X = (I - A)^{-1}Y$ の逆行列を「$(I - A)^{-1}$ 型逆行列」と呼ぶのに対し「$[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型逆行列」と呼びます。

また、この逆行列を表にすると「$[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型逆行列係数表」になるわけです。

表 2-15　$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型逆行列係数表

	産　業　A	産　業　B
産　業　A	1.2886	0.2648
産　業　B	0.6355	1.5004

$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型逆行列係数表の見方は、$(I-A)^{-1}$型逆行列係数表の場合とまったく同じです。

すなわち個々の係数は「ある産業に１単位の最終需要が生じた場合、その生産は県内のどの産業に対しどれだけの波及効果を生み出すか」、また、産業ごとの列和を見れば「ある産業に１単位の最終需要が生じた場合、その生産は県内の産業に対し、トータルでどれだけの波及効果を生み出すか」などを読みとることができるわけです。

ここで、それぞれのモデル式を比較してみましょう。

	逆行列部分	最終需要部分
㋐	$X=(I-\qquad A)^{-1}$	Y
㋑	$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$	$(I-\hat{M})Y+E$
	もとの投入係数の行ごとの各要素に自給率を乗じて得られた投入係数。	県内に生じた最終需要のうち、まずその中で移輸入で賄う部分について除いてから、波及効果を計算しようとすることを表す。

比べてみるとおわかりのように、モデル式の違いは$(I-\hat{M})$とＥの存在です。この違いは何を意味するのでしょうか。

まず、$(I-\hat{M})$の意味について考えてみましょう。$\hat{M}$は移輸入対角行列ですから

第１次波及効果（移輸入あり）

先ほどの例で、移輸入率は、0.25 と 0.40 でしたので、

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.40 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-0.25 & 0 \\ 0 & 1-0.40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0.60 \end{bmatrix}$$

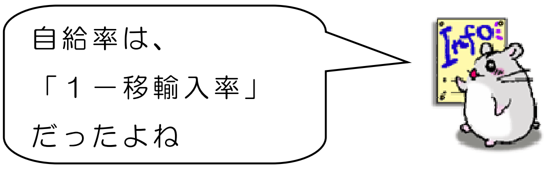
となります。

この 0.75 と 0.60 は、先ほどの例で自給率の値でした。

つまり、$(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})$は、県内需要全体のうち、移輸入で賄う分を除いた率、つまり県内需要のうち、県内生産で賄う率（自給率）を対角化した行列ということになるわけです。

なお、$(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})$は「Γ」（ガンマ）と簡略化して表記する場合もあります。

（Γ＝自給率対角行列）



$(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})$の意味がわかったところで、２つのモデル式を逆行列の部分と最終需要の部分に分けて、その違いを見てみます。

第一に逆行列の部分ですが、㋐の式では、投入係数はＡのままなのに対し、㋑の式では$(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}$となっています。これはどのようなことを意味するのでしょうか。

$$(\mathrm{I}-\hat{\mathrm{M}})\mathrm{A} = \Gamma \mathrm{A}$$

ですから先ほどの数値を当てはめてみると、

$$\begin{bmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0.60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20 & 0.20 \\ 0.60 & 0.45 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.75\times0.20 & 0.75\times0.20 \\ 0.60\times0.60 & 0.60\times0.45 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.15 & 0.15 \\ 0.36 & 0.27 \end{bmatrix}$$

となります。

この行列を表 2-12（61 頁）と比べてみてください。全く等しいことがわかります。

これは、つまり$(I-\hat{M})A$とは、もとの投入係数Ａの行ごとの各要素に自給率を乗じているということであり、中間投入を通じて波及する生産のうち、「なのはな共和国」の国内生産に関わる分だけを計算の対象にする役目を果たしているのです。

第２に最終需要の部分です。

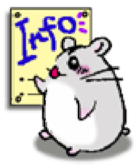
㋐では移輸出はないものとしており、直接最終需要（県内需要）Ｙに逆行列を乗じています。これに対し㋑では最終需要が県内需要Ｙと移輸出需要Ｅとに分かれており、それぞれ計算の仕方が違います。

このことはモデル式を

$$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y+E]$$
$$=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})Y+[I-(I-\hat{M})A]^{-1}E$$

と分けて考えれば、さらにわかりやすいかと思います。

移輸出Ｅには自給率を掛けないで、逆行列係数だけを掛けているんだよ。



また、逆行列＝Ｂ、$(I-\hat{M})=\Gamma$とすれば、

$$X=B(\Gamma Y+E)$$
$$X=B\Gamma Y+BE$$

というように、もっと簡潔に表現できます。（図 2-1）

波及効果の計算は
逆行列係数Ｂ×最終需要Ｆ
Ｘ＝ＢＦ（ボーイフレンド）
と覚えると簡単だね！

図 2-1　モデル式による産業連関分析の枠組み

(1) 県内最終需要（消費、投資）の場合

X	＝	B	×	Γ	×	Y
生産額 ベクトル		逆行列係数 $[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型		自給率 対角行列 $(=I-\hat{M})$		県内 最終需要 ベクトル

まず、(1)の県内最終需要ですが、県内需要Yに対しては、$(I-\hat{M})$を左から乗じたうえで、さらにその左から逆行列を乗じています。これは、県内に生じた最終需要のうち、まずその中で移輸入で賄う部分について除いてから、波及効果を計算しようとするものです。10億円の最終需要の例を思い出してください。

> 産業Aに10億円の最終需要が生じた場合、
> 　　国内生産物で・・・10×0.75＝7.5億円分を賄い、
> 　　移輸入で・・・・・10×0.25＝2.5億円分を賄う
> 国内に生じた7.5億円の需要は中間投入を通じて波及していく。

10億円の最終需要に$(I-\hat{M})$を乗じることによって移輸入分を除いた国内での需要を算出するというわけです。

(2) 移輸出需要の場合

X	=	B	×	E
生産額 ベクトル		逆行列係数 $[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型		移輸出 ベクトル

次に(2)の移輸出需要です。式を見るとわかるように、移輸出Eによる波及効果は、左から逆行列を乗じることによって得られます。国内最終需要とは違って$(I-\hat{M})$を乗じてはいけません。

これは、先に述べたように、通常「移輸出の需要を満たすために移輸入を行うことはない」という仮定によります。

今回の例では移輸出需要はゼロでしたが、例えば、

> 隣国の「ストック王国」から「なのはな共和国」の産業Aに生産物1,000万円分の注文が舞い込んだ

というような例の場合、「なのはな共和国」の産業Aは1,000万円の生産を行うでしょう。

もし、人手不足で、600万円分しか生産が行えないのであれば、「ストック王国」は400万円分を第３の国である「あじさい連邦」に注文すれば良いのであって、わざわざ、「なのはな共和国」が「あじさい連邦」から、400万円分を輸入する必要はないはずです。

以上のように、国内需要と移輸出需要とでは、計算方法が違いますので注意してください。

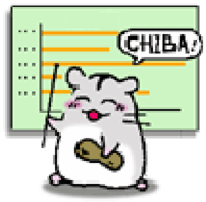
第１次波及効果（移輸入あり）

計算が込み入ってきて、わかりにくいところもあったとは思いますが、これで波及効果計算その２を終わりにします。

ところで、これまで扱ってきた波及効果は、「第１次波及効果」（直接効果と第１次間接効果の合計）と呼びます。

第１があれば当然のことながら第２があるわけで、つぎは「第２次波及効果」に移りたいと思います。

行列の基礎知識Ⅱ



対角行列とは

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} 、\begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$$

というように、行列の左上と右下を結ぶ対角線の要素以外はすべて 0 になっている行列を「対角行列」といいます。

対角行列の特徴は、この行列を左から他の行列またはベクトルに乗じると、

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} t & u \\ v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} at+0 & au+0 \\ 0+bv & 0+bw \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}t & \underline{a}u \\ \underline{b}v & \underline{b}w \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+0 \\ 0+by \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{a}x \\ \underline{b}y \end{bmatrix}$$

というように、乗じられる行列の行の各要素に、対角行列の行の要素がかけられた形になることです。

また、

$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ や(c d e)を

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} 、\begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix}$$

のようにすることを、「ベクトルを対角（行列）化する」といいます。

2-3　第 2 次波及効果

これまで、最終需要が変化した場合の、産業間における波及効果の計算方法についてお話ししてきました。最終需要が変化すれば、それが新たな中間需要を生み、新たな生産を生み出していくというのがその理由でした。

そして、最終需要の変化の例として、工場の建設を挙げました。

ところで、波及効果により新たな生産が生み出されるということは、新たな付加価値が生み出されるということであり、所得が増加するということにつながります。身のまわりを見ても、景気がいいときはボーナスも多くなるでしょうし、雇用者も増えるでしょうから、全体として支給される給料も多くなるはずです。そして、所得が多くなれば人々の購買意欲も高まり、消費も増えるだろうと考えるのは普通の感覚でしょう。

このように、消費が増えれば、モノやサービスを生産している各産業に対して、最終需要が増えるということになります。最終需要が増えれば、その需要に対する生産はまた新たな中間需要を生み出し、生産は波及していくことでしょう。

まとめますと、当初生じた最終需要の変化から、生産が波及していくことを「第1次波及効果」と呼ぶのに対し、「第1次波及」の結果、所得の増加を通じて消費需要が増加し、新たな波及効果を生み出していくことを「第2次波及効果」とよびます。

それでは、次の例を使って考えてみましょう。

例	「なのはな共和国」の産業Aに、10億円の需要が生じた結果、第1次波及効果として、産業Aに9億6,650万円、産業Bに4億7,660万円の生産増が生じた。この第2次波及効果を求める。

もちろん、ここで使うのは前回と同じ産業連関表です。

ただし、これから行う分析の都合上、粗付加価値部門は、「雇用者所得」と「その他粗付加価値」に分離してあります。

表 2-16　なのはな共和国産業連関表（表 2-7 と同じ）

	中間需要		国内最終需要		移輸出	移輸入	生産額
	産業Ａ	産業Ｂ	消費	投資			
産　業　Ａ	4	8	5	3	5	5	20
産　業　Ｂ	12	18	15	5	10	20	40
粗付加価値　雇用者所得	2	6					
粗付加価値　その他	2	8					
生　産　額	20	40					

さて、第 2 次波及効果も、最終需要の変化に応じた生産の波及ですので、波及のプロセスとしては第 1 次波及効果とまったく同じです。最終需要の変化を列ベクトルに表し、モデル式に従って計算していけばよいのです。

しかし、その前に考えなければならないことがあります。それは、

(1)　第 1 次波及効果による生産の増加はどれだけ所得を増加させるのか。
(2)　所得の増加はどれだけ最終需要を変化させるのか。

ということで、これがわからなくては、第 2 次波及効果の計算を始めることができません。

まず(1)について考えてみましょう。これは実に簡単なことで、

「各産業の生産額に占める所得の割合は一定である」

と仮定すればよいのです。

この割合は、中間投入の投入係数を求めるのと同じ要領で、産業ごとの雇用者所得額を、その産業の生産額で割れば求めることができます。(注1)

そして、でてきた割合を誘発された生産額に乗じれば「生産の増加がどれだけ雇用者所得を増加させるか」を知ることができます。

では、計算に入ります。

まず、産業ごとの雇用者所得額を、その産業の生産額で割ります。この割合を「雇用者所得係数」と呼ぶことにしましょう。

産業Aの雇用者所得係数 ＝2÷20＝0.10

産業Bの雇用者所得係数 ＝6÷40＝0.15

表 2-17　雇用者所得係数

	産　業　A	産　業　B
雇用者所得係数	0.10	0.15

そこで、第1次波及効果による生産増に対応した雇用者所得増を知りたいならば、

産業Aの雇用者所得増

＝産業Aの生産増×産業Aの雇用者所得係数

産業Bの雇用者所得増

＝産業Bの生産増×産業Bの雇用者所得係数

で、算出できるわけです。

例をこれにあてはめてみましょう。

前回は、産業Aに10億円の需要が生じた結果、第1次波及効果として、産業Aに9億6,650万円、産業Bに4億7,660万円の生産増が生じたのでした。

そこで、

産業Ａの雇用者所得増
＝9.665 億円×0.10＝0.9665 億円
産業Ｂの雇用者所得増
＝4.766 億円×0.15＝0.7149 億円
全体の雇用者所得増
＝0.9665＋0.7149＝1.6814 億円

となります。

ついでですから、ここで「生産の増加がどれだけ粗付加価値を増加させるか」についても考えます。考え方は今の場合とまったく同じで、「各産業の生産額に占める粗付加価値の割合は一定である」と仮定し、まず産業ごとの粗付加価値をその産業の生産額で割ります。（粗付加価値係数の算出）

産業Ａの粗付加価値係数 ＝(2＋2)÷20＝0.20

産業Ｂの粗付加価値係数 ＝(6＋8)÷40＝0.35

表 2-18　粗付加価値係数

	産　業　Ａ	産　業　Ｂ
粗付加価値係数	0.20	0.35

もし､第１次波及効果による生産増に対応した粗付加価値の増加額を知りたいならば、

産業Ａの粗付加価値増
＝産業Ａの生産増×産業Ａの粗付加価値係数
産業Ｂの粗付加価値増
＝産業Ｂの生産増×産業Ｂの粗付加価値係数

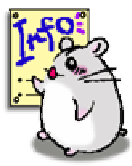
で算出できます。

先ほどの例であれば、

産業Ａの粗付加価値増
＝9.665 億円×0.20＝1.9330 億円
産業Ｂの粗付加価値増
＝4.766 億円×0.35＝1.6681 億円
全体の粗付加価値増
＝1.9330＋1.6681＝3.6011 億円

になります。

粗付加価値とは国民経済計算でいう GDP（国内総生産）にほぼ相当しますから、「なのはな共和国」の最終需要 10 億円の増加は、GDP を 3 億 6,011 万円増加させたことになるのです。



次は(2)について考えましょう。

1 億 6,814 万円という所得の増加は、どれだけ最終需要を変化させるのでしょうか。

ここでの問題は 2 つに分けられます。

第 1 に「雇用者所得の増加のうち、どれだけが消費として最終需要を発生させるのか」という問題があります。私たち自身を考えてみても、給料が増えたからといって、その分をそっくり使ってしまうことはまれで、多少は貯金することが多いでしょう。この「所得の増加分のうち消費に振り向けられる割合」を消費転換係数といいます。消費転換係数をどのように決定するかは、多分に恣意的なところもあるのですが、総務省統計局の『家計調査詳細結果表の年次』により、「月平均の勤労者世帯の消費支出」を「月平均の勤労者世帯の実収入」で割った値などがよく使われているようです。

消費転換係数	＝	$\dfrac{\text{「月平均の勤労者世帯の消費支出」}}{\text{「月平均の勤労者世帯の実収入」}}$

ここでは消費転換係数を仮に 0.60 だということにしておきましょう。

そうすると

1 億 6,814 万円×0.60＝1 億 88 万円

が、新たな消費支出という最終需要を生み出すことになります。

しかし、ここで第 2 の問題が生じます。合計で 1 億 88 万円のこの消費需要の内訳は、どの産業にいくらの需要となっているのかがわからないと波及効果の計算ができません。

例えば仮に産業Ａがビール産業、産業Ｂが自動車産業であれば、「ビールに 5,088 万円、自動車に 5,000 万円の需要が生じる」というように、産業ごとに需要額を確定させないと計算ができないのです。

ここでは、あまり難しいことを考えず、産業連関表に表されている金額の比率をそのまま使ってしまうことにしましょう。表 2-16 の産業連関表で産業Ａの消費は 5 億円、産業Ｂの消費は 15 億円でしたから両者の比率は 0.25：0.75 です。したがって、

産業Ａの消費需要＝1.0088×0.25＝0.2522 億円

産業Ｂの消費需要＝1.0088×0.75＝0.7566 億円

ということになります。**(注 2)**

これで、最終需要の産業ごとの額が決定されました。参考までに、これを列ベクトルにしたものを「最終需要ベクトル」といいます。

さて、ここからの計算方法はこれまでとまったく同じです。すなわち、

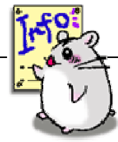
$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \quad \text{（モデル式）}$$

のＹに、この最終ベクトルを代入して計算すれば良いのです。（Ｅは移輸出需要ですので、この場合もちろん 0 です）。

確認の意味で計算のプロセスを言葉で表せば、

まず、産業ごとの最終消費支出に自給率を乗じて、直接移輸入で賄う分を除いてしまう。それに逆行列を乗じ、県内産業に波及していく生産額を計算する。

なお、逆行列は$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型なので、波及していく中間需要のうち移輸入で賄われる分は除かれる。



ということです。

$$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y+E]$$

は、

$$X=B\Gamma Y \quad (E=0\text{ なので省略})$$

とも表せますから、計算結果は移輸入ありの逆行列と自給率対角行列を利用して、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1.2886 & 0.2648 \\ 0.6355 & 1.5004 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0.60 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.2522 \\ 0.7566 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0.3639 \\ 0.8013 \end{pmatrix}$$

というわけで、第 2 次波及効果として、産業Ａに 3,639 万円、産業Ｂに 8,013 万円の生産増が生じたということになります。

さて、ここでまた１つのことに気がつきます。「第 2 次波及効果として生産増が生じたのであれば、それは更なる消費需要の増加を生み出すことになるから、第 3 次波及効果、4 次波及効果もあるのではないか」ということです。

そしてまた、それが実際にどの程度の意味を持つか、ということが問題になってきます。今までの話はあくまで理論上計算上の話で、現実には生産の波及にはさまざまな制約があります。

第2次波及効果

例えば、これまで県内で賄っていた材料が、その材料を作る企業の生産だけでは賄いきれなくなり、移輸入で賄うことになれば、県内産業への波及はそこで中断します。また、逆に過剰在庫があった場合、生産は行わず在庫品処分で対応しても、波及は中断してしまいます。

通常は、第2次波及効果までで計算をやめ、第1次と第2次効果を合計して、総合効果として評価する例が多いようです。

また、第2次波及効果は不安定要素が多いということで、第1次しか計算しないケースもあります。

どこまでやるかは分析者の判断にまかされていますので、御自身で判断して、最も適当と思われるところまで行ってみてください。

いずれにして、経済事象を数式で表した場合での計算上の話は、現実を必ずしも反映しない場合がある、ということには十分御注意ください。

（注1）　ここでいう所得とはもっぱら給与所得を意味するので、所得＝雇用者所得という感覚で計算しています。でも本当を言うと、この方法は農家や個人のサービス業など自営業者の所得を含んでおらず、実際の所得より小さめに計算されています。

というのも、自営業者の所得は産業連関表上では「雇用者所得」ではなく「営業余剰」に含まれているからです。しかし、ここでは話を簡単にするために、後者については無視することにいたします。

（注 2）　実は産業ごとの比率を考えるとき、このように産業連関表のなかで計算された比率を用いるのはあまり望ましいとはいえません。

なぜならば、人々の所得が増加したとき、それが小さな増加なら食料やレジャーくらいの消費にしか回らないし、大きな増加なら家や高価な耐久消費財に回るというように、財･サービスごとに所得増に影響される度合いが異なっているからです。

また、産業連関表では「帰属計算」というものを行っており、このことも消費が産業ごとにどのように配分されるかを決定するのを難しくしています。（話が長くなってしまいますので詳しい説明は省略します。）

第３章　雇　　　用　　　表

就業者数、雇用者数推計へのアプローチ

ここでは、就業者数や雇用者数を含めた、産業連関分析についてお話ししましょう。

大恐慌を境に、世界の注目を集めたケインズ経済学においては、資本主義社会では避けがたい失業者問題を、いかに解決するかということが重要なテーマでした。そして、公共事業等により有効需要を発生させ、生産を増加させることにより、雇用を生み出すことの大切さを力説したのは御承知のとおりです。すなわち、経済において雇用の創出ということが、いかに重要かということが示されています。いわゆるリーマンショックによる世界同時不況を経験した今日でも、雇用の創出は依然として重要な問題となっています。

その雇用創出についても、産業連関表では分析することができるのです。

例えば、

「工場の建設のために 10 億円の投資を行った場合、生産が他産業にも波及していくのに応じ、最終的に○○人の労働者が新たに雇用される」

といった具合です。

これまでの話は、

「最終需要が変化した結果、各産業の生産額が何円変化するか」

という金額ベースでの波及効果分析でした。

それに対し、雇用分析とは、

「最終需要が変化した結果、各産業の就業者数(雇用者数)が何人変化するか」

という人数ベースの波及効果を計測しようとするものです。

この場合、産業連関表の付帯表である雇用表を使って金額と人数をリンクさせます。

次の表を見てください。

表 3-1　他地域との交易のある産業連関表

（単位：億円・千人）

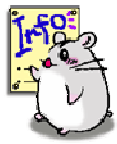
	中間需要		国内最終需要		移輸出	移輸入	生産額
	産業Ａ	産業Ｂ	消費	投資			
産　業　A	4	8	5	3	5	5	20
産　業　B	12	18	15	5	10	20	40
雇用者所得	2	6					
そ　の　他	2	8					
生　産　額	20	40					
就　業　者	4	6					
うち雇用者	2	5					

「就業者」とは所得を得るため働いている人すべてを示し、自営業者や家族労働者なども含みます。これに対し「雇用者」とは会社に雇われ給料を支給されている人のことです。

上の表（太枠部分）のように、
各産業部門が行った生産活動に従事した就業者、雇用者の人数（推計）を表しているのが雇用表です。

詳しく言うと、雇用表は、「生産活動部門別従業者内訳表」といって、部門別、従業上の地位別※に就業者数を推計して表にしたものです。

※個人業主、家族従業者、有給役員、常用雇用者（正社員・正職員、正社員・正職員以外）、臨時雇用者の５区分



上の表の例でいえば、

「産業Ａの生産額は 20 億円であったが、それだけの生産をあげるために必要とした就業者は 4 千人であった（就業者のうち雇用者は 2 千人であった）」
「産業Ｂの生産額は 40 億円であったが、それだけの生産をあげるために必要とした就業者は 6 千人であった（就業者のうち雇用者は 5 千人であった）」

ということを示しています。

　では、これを利用して、金額を人数に変える方法を使いましょう。

　どうするかというと、産業別の就業者(または雇用者)をその産業の生産額で割るのです。そうやって得られた値は就業係数（または雇用係数）といいます。

$$\frac{\text{産業Ａの就業者数}}{\text{産業Ａの生産額}}$$

＝4千人÷20億円＝0.2千人／億円　（産業Ａの就業係数）

$$\frac{\text{産業Ｂの就業者数}}{\text{産業Ｂの生産額}}$$

＝6千人÷40億円＝0.15千人／億円（産業Ｂの就業係数）

　また

$$\frac{\text{産業Ａの雇用者数}}{\text{産業Ａの生産額}}$$

＝2千人÷20億円＝0.1千人／億円　（産業Ａの雇用係数）

$$\frac{\text{産業Ｂの雇用者数}}{\text{産業Ｂの生産額}}$$

＝5千人÷40億円＝0.125千人／億円（産業Ｂの雇用係数）

　これで、就業係数と雇用係数が得られましたが、この係数はどんな意味を持っているのでしょうか。

　就業係数

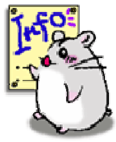
　　＝その産業が１億円の生産を行うのに必要とした就業者数

　雇用係数

　　＝その産業が１億円の生産を行うのに必要とした雇用者数

ということになります。

この係数を使えば、波及効果を人数で表すことができるんだよ。



ここで、「ある産業の生産が変化すれば、就業者数（または雇用者数）もそれに比例して変化する」と仮定します。

この仮定は「10 億円の生産を 2 千人の就業者で行ったならば、20 億円の生産を行うと 4 千人の就業者が必要になる」という意味で、ある産業がある金額だけの生産を行うのに必要な就業者（または雇用者）の人数は、

その産業の生産額（億円単位）×就業係数 その産業の生産額（億円単位）×雇用係数

で計測できることになります。

（あとで述べるように少し無理がある仮定なのですが、一応当てはまる場合も多いと考えてください。）

では、先ほどの例で計算してみましょう。

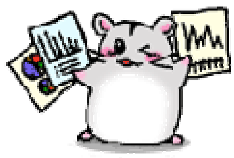
例　産業Aに 10 億円の需要が生じた結果、第 1 次波及効果として、産業Aに 9 億 6,650 万円、産業Bに 4 億 7,660 万円の生産増が生じた。
ここでは、それに応じ就業者は何人増加したかを求める。

ある産業がある金額の生産を行うのに必要な就業者の人数
＝その産業の生産額（億円単位）×就業係数
ですから、

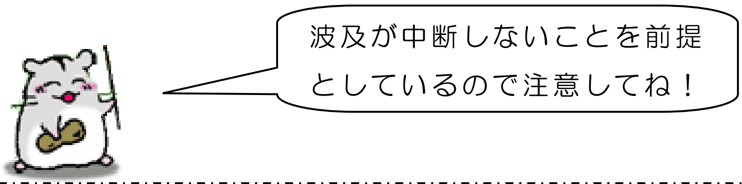
産業Aが 9 億 6,650 万円の生産を行うのに必要な就業者数
＝9.665 億円× 0.2 千人／億円＝1.933 千人
産業Bが 4 億 7,660 万円の生産を行うのに必要な就業者数
＝4.766 億円×0.15 千人／億円＝0.715 千人

つまり、第 1 次波及効果として誘発される就業者の数は、産業Aで 1,933 人、産業Bで 715 人、合計 2,648 人ということであり、2,648 人が新たに職につくということを表しています。もちろん雇用者については、雇用係数を用いて同じように計算すれば結果が得られます。

また第 2 次波及効果以降についても、考え方はまったく同じです。



雇用表



「ある産業の生産が変化すれば、就業者数（または雇用者数）もそれに比例して変化する」というのがここでの仮定でしたが、このことは必ずしも現実に当てはまると限りません。

例えばある企業で景気が上向きになって生産量を増大させる場合、企業では必ずしも人を増やすとは限りません。すでに雇用されている人が残業をして生産増をカバーするということもあるでしょうし、雇用者の数はそのままで、機械をフル稼働して生産を増やすということもあるはずです。このような傾向は、とりわけ製造業でよく見られることでしょう。

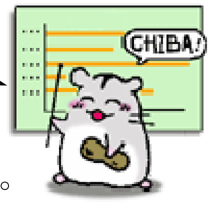
したがって、ここで紹介した分析の方法は、算出された就業者や雇用者の数が過大になる危険性があるということに注意しなくてはなりません。

また、今のところそれを解決する理論的に確立された方法はないようですので、分析者や利用者はそのへんのところをきちんと念頭において、分析を行うなり結果を利用するなりすることが望ましいのです。

というわけで、生産額だけでなく就業者数についても波及効果分析ができることがわかりました。次は実際の産業連関表を使って建設波及効果の計測をしてみることにしましょう。

行列の豆知識Ⅲ

行列が苦手な人は次章へどうぞ



先ほどの事例を行列の概念で定義してみましょう。

就業係数あるいは雇用係数は行ベクトルで表すことができます。

就業係数行ベクトル＝(0.20，0.15)

これを対角化して

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

これを波及の結果得られた生産額の列ベクトル

$$\begin{bmatrix} 9.665 \\ 4.766 \end{bmatrix}$$ に乗ずると、

$$\begin{bmatrix} 0.20 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9.665 \\ 4.766 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.20 \times 9.665 + 0 \times 4.766 \\ 0 \times 9.665 + 0.15 \times 4.766 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.933 \\ 0.715 \end{bmatrix}$$

ところで、生産額の列ベクトルは、何度も出てきているように

$$\mathbf{X} = [\mathrm{I} - (\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1} [(\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{Y} + \mathrm{E}] \quad \text{(モデル式)}$$

で得られた**X**そのものです。

このことから、対角化した就業係数行列をL_sとおくと、最終需要の変化に対応し誘発される就業者数は、

$$\mathrm{L_S}\mathbf{X} = \mathrm{L_S}[\mathrm{I} - (\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1} [(\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{Y} + \mathrm{E}]$$

で表されることがわかります。もちろん、雇用者についてもまったく同様に、対角化した雇用係数行列を$\mathrm{L_K}$とおけば、

$$\mathrm{L_K}\mathbf{X} = \mathrm{L_K}[\mathrm{I} - (\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{A}]^{-1} [(\mathrm{I} - \hat{\mathrm{M}})\mathrm{Y} + \mathrm{E}]$$

で表されることになります。

そこで就業係数と逆行列の積、または雇用係数と逆行列の積の部分

$$L_S[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$$

$$L_K[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$$

をあらかじめ計算しておけば、いままで扱った逆行列と同じように各産業部門をタテに見て、「ある産業に1単位（1億円）の最終需要が生じ1単位の直接生産を行った場合、何単位（千人）の就業者が誘発されるか」を読み取ることもできるわけです。このような行列を就業誘発係数行列、雇用誘発係数行列といいます。

第４章　建設投資による波及効果分析

さて、いよいよ実際の表を使った分析をしてみましょう。

ここで扱う事例は、産業連関分析では一般的な建設投資による波及効果の計算です。

例　住宅建築に 1,000 億円の投資（用地取得費を除く）をした場合の波及効果を求める。

ここまでの話をマスターしてしまった読者の皆さんなら「それなら、確か計算式が $X = BF$ で、F が最終需要額だったから、逆行列係数かける 1,000 億円を計算すればいいんだな」とか、「住宅建築は建設業の一種だから、例のモデル式

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E]$$

の Y の建設の欄に、最終需要額 1,000 億円を代入すればいいんだな」と、すぐに思いつくことでしょう。

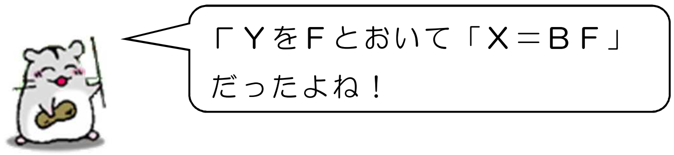
では確認の意味で流れだけを見ておきます。

これまで扱った例では、産業A、産業Bの 2 部門だけしかなかったのですが、今回からは実際の表、千葉県産業連関表の統合大分類を利用してみます。

式としては図 4-1 のようになります。

図 4-1　統合大分類による分析の枠組み

X	=	B	×	Γ	×	Y
生産額 ベクトル		逆行列係数 $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型		自給率 対角行列 $(= I - \hat{M})$		県内 最終需要 ベクトル



逆行列係数については、既に計算されたものが用意されています。また、自給率対角行列は統合大分類から容易に算出することができます。算出方法については既に説明していますので、2-2 を参考にしてください。実際の表は、表 4-1 のようになります。

表4-1　自給率対角行列（統合大分類）

	01 農林漁業	06 鉱　業	11 飲食料品	15 繊維製品	・
01 農林漁業	0.2631	0	0	0	
06 鉱　業	0	0.0073	0	0	
11 飲食料品	0	0	0.2593	0	
15 繊維製品	0	0	0	0.0101	
・	以下省略				

県内最終需要については、当初は「41 建設」にのみ 1,000 億円の需要が生じるのですから、最終需要ベクトルは表 4-2 のとおりです。これに、逆行列係数と自給率対角行列とを行列計算により、かけ合わせればよいのです。

この計算は、パソコンで行列のかけ算の関数を利用すれば簡単に計算できます。

結果は表 4-3 のとおりです。

表4-2　最終需要ベクトル

（単位：億円）

産　業　名	最終需要
01　農　林　漁　業	0
・ ・ ・	・ ・ ・
39　その他の製造工業製品	0
41　建　　　設	1,000
46　電力・ガス・熱供給	0
・ ・ ・	・ ・ ・
69　分　類　不　明	0
合計	1,000

表4-3　第1次波及効果による生産誘発額

（単位：億円）

産　業　名	最終需要
01　農　林　漁　業	0.339
・ ・ ・	・ ・ ・
39　その他の製造工業製品	1.174
41　建　　　設	1,001.913
46　電力・ガス・熱供給	11.146
・ ・ ・	・ ・ ・
69　分　類　不　明	15.878
合計	1,332.231

つまり、住宅建築に1,000億円投資したときの第1次波及効果は合計で1,332億2,310万円であり、約1.33倍の波及効果があるということが示された訳です。（注）

更に、誘発される就業者の人数についても、計算してみましょう。

まず、就業係数を用意します。就業係数とは、「ある産業が1億円の生産を行うのに必要とした就業者数」であり、

$$\boxed{\text{産業Aの就業係数} = \frac{\text{産業Aの就業者数}}{\text{産業Aの生産額}}}$$

で得られるものでした。

千葉県産業連関表の付帯表・雇用表では、あらかじめ就業係数が計算されておりますので、それを利用します。

表4-3の産業ごとの生産誘発額に産業ごとの就業係数をかけてやれば、それだけで答えが出ます。

表4－4　誘発就業者数

（単位：億円、人）

産　業　名	生産誘発額	× 就業係数 =	誘発就業者数
01 農林漁業	0.339	24.330	8.3
・	・	・	・
・	・	・	・
・	・	・	・
39 その他の製造工業製品	1.174	6.454	7.6
41 建設	1,001.913	8.581	8,597.2
46 電力・ガス・熱供給	11.146	0.299	3.3
・	・	・	・
・	・	・	・
・	・	・	・
69 分類不明	15.878	0.220	3.5
合　計	1,332.231	－	10,667.4

というわけで、全体で 10,667 人の就業者増が見込まれるという結果が出ました。

第 1 次波及効果の生産額と就業者数とが求められましたので、続いて第 2 次波及効果です。

まず、誘発される雇用者所得額を求めます。これは上の就業者数の求め方に似ていまして、産業ごとに得られた生産誘発額に、産業ごとの雇用者所得係数をかけてやればよいのです。

（表 4-5）

表4－5　雇用者所得額

（単位：億円）

産業名	生産誘発額×	雇用者所得係数 ＝	雇用者所得額
01 農林漁業	0.339	0.106	0.036
・	・	・	・
・	・	・	・
・	・	・	・
39 その他の製造工業製品	1.174	0.208	0.244
41 建設	1,001.913	0.339	339.376
46 電力・ガス・熱供給	11.146	0.022	0.247
・	・	・	・
・	・	・	・
・	・	・	・
69 分類不明	15.878	0.012	0.192
合計	1,332.231	－	410.662

さて、誘発される雇用者所得は 410 億 6,620 万円ですので、これが実際に消費に回る額を計算します。このため、2-3 でお話したように消費転換係数をかけます。消費転換係数は、総務省統計局『家計調査詳細結果表の年次』を用いて

$$消費転換係数 = \frac{「月平均の勤労者世帯の消費支出」}{「月平均の勤労者世帯の実収入」}$$

で求めることとします。平成 27 年の関東地方の数値は 0.591 でしたので、

410 億 6,620 万円×0.591＝242 億 6,394 万円

が、消費需要として新しい最終需要になる分です。

消費転換係数は、全国家計構造調査報告書の数値を用いる場合もあります。
（令和元年に全国消費実態調査から名称が変更されています。）

これを、最終需要ベクトルとするために、各産業部門に割り振ります。

平成 27 年産業連関表の民間消費支出額は、表 4-6 のとおりですから、産業ごとの比率を計算すると表 4-7 のようになります。

表4-6　民間消費支出額

（単位：百万円）

産　業　名	民間消費
01 農　林　漁　業	191,459
・ ・ ・	・ ・ ・
39 その他の製造工業製品	146,513
41 建　設	0
46 電力・ガス・熱供給	349,052
・ ・ ・	・ ・ ・
69 分　類　不　明	452
合　計	14,871,165

表4-7　産業別民間消費支出比率

産　業　名	民間消費
01 農　林　漁　業	0.013
・ ・ ・	・ ・ ・
39 その他の製造工業製品	0.010
41 建　設	0
46 電力・ガス・熱供給	0.023
・ ・ ・	・ ・ ・
69 分　類　不　明	0.000
合　計	1.000

そして、表 4-7 に 242 億 6,394 万円を乗ずれば、表の 4-8 のように新たな最終需要が得られます。

表4-8　第2次波及効果最終需要

（単位：億円）

産業名	民間消費	
01 農林漁業	3.123	(＝242.6394×0.013)
・		・
・		・
・		・
39 その他の製造工業製品	2.390	(＝242.6394×0.010)
41 建設	0	(＝242.6394×　　0)
46 電力・ガス・熱供給	5.694	(＝242.6394×0.023)
・		・
・		・
・		・
69 分類不明	0.007	(＝242.6394×0.000)
合計	242.639	

あとは、この最終需要ベクトルを例に従い、モデル式にあてはめて計算していけばよいのです。念のため、図 4-1 をもう一度御覧ください。

図 4-1　統合大分類による分析の枠組み

X	＝	B	×	Γ	×	Y
生産額ベクトル		逆行列係数 $[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ 型		自給率対角行列 $(=I-\hat{M})$		県内最終需要ベクトル

計算の結果は表 4-9 のとおりで、第 2 次波及効果により合計で 199 億円の生産増が見込まれるという結果が出ました。言うまでもなく、誘発される就業者数を計算することもでき、その結果は表 4-10 のとおりです。

つまり、第 2 次波及効果として、合計 1,405 人の就業者増が見込まれるわけです。

表4-9　第2次波及効果による生産誘発額

（単位：億円）

産業名	生産誘発額
01 農林漁業	1.357
・ ・ ・	・ ・ ・
39 その他の製造工業製品	0.791
41 建設	1.346
46 電力・ガス・熱供給	9.703
・ ・ ・	・ ・ ・
69 分類不明	0.865
合計	199.340

表4-10　第2次波及効果による誘発就業者数

（単位：人）

産業名	誘発就業者
01 農林漁業	33.0
・ ・ ・	・ ・ ・
39 その他の製造工業製品	5.1
41 建設	11.6
46 電力・ガス・熱供給	2.9
・ ・ ・	・ ・ ・
69 分類不明	0.2
合計	1,405.3

というわけで、住宅建築に 1,000 億円投資したときの波及効果をまとめると、次のようになります。（表 4-11）

表4-11　波及効果まとめ

	生産額（億円）	就業者数（人）
第1次波及効果	1,332.2	10,667
第2次波及効果	199.3	1,405
合計（総合効果）	1,531.6	12,073

（注）単位未満を四捨五入しているため、内訳は必ずしも合計と一致しない。

このように、第1次と第2次波及効果を合計して総合効果として、1,532億円、就業者数12,073人の経済波及効果があったと測定できました。

以上の計算方法はモデル式による極めてオーソドックスなものですが、実際の分析では、他にも考慮しなくてはならない要素があります。

では、何が足りないのでしょうか。

ここでちょっと、「建設」という言葉の持つ意味を考えてみてください。

この言葉から、皆さんは具体的にどのような例を思い浮かべるでしょうか。

ある人は大規模な工場の建設をイメージするでしょうし、ある人は隣にある建築中のマンションを思い浮かべるでしょう。

このように建設と一口に言っても、住宅建築、道路建設、鉄道建設、工場建設、下水道建設というようにいろいろ種類があります。それに同じ住宅建築にしても、一戸建の木造建築も10階建のマンションもあるでしょう。

さて、ここで例をもう一度確認してみましょう。

例	住宅建築に1,000億円の投資（用地取得費を除く）をした場合の波及効果を求める。

このように、例では「住宅建築による波及効果」をもとめるようになっています。そして、先ほどの計算は、「住宅建築投資により建設業に1,000億円の最終需要が生じた」ものとして、産業連関表の産業部門「41建設」に最終需要1,000億円を代入し

て行列計算を行ったものです。では、もし例が「道路建設による波及効果」であればどうでしょうか。

道路建設であっても建設には違いないのですから、先ほどと同様に、「道路建設投資により、建設業に 1,000 億円の最終需要が生じた」ものとして、産業連関表の産業部門「41 建設」に最終需要 1,000 億円を代入すると、さきの計算とまったく同じ結果が出てしまいます。つまり、住宅建築による投資でも、道路建設による投資でも、生み出される波及効果がまったく同じということになるわけですが、何か変だと思いませんか。

住宅建築の工事と道路建設の工事を比べてみると、少なくとも必要な原材料（資材）が大きく異なるであろうことは、容易に想像がつきます。前者であれば木材や断熱材、瓦などが多く使われるでしょうし、後者はブルドーザーなどの燃料やアスファルトなどの道路資材が相当量必要になるでしょう。ということは、同じ 1,000 億円の投資でも、両者の中間投入需要は最初から大きく異なってくるはずであり、当然のことながら波及効果も異なった結果になるはずです。

ところで、あらためて統合大分類の「41 建設」という部門について考えると、惜しいことに、この建設という部門は住宅、道路、鉄道など各種建設事業をすべて統合したものなのです。

したがって、この表だけで波及効果の分析を行おうとすれば、大規模なイベントホールも、住宅建築、道路建設も全て同じ「41 建設」という部門で扱わなければなりません。その結果、投資金額が同じであれば、工事の種類がどのようなものであろうと、出てくる波及効果はすべて同じ値になってしまいます。逆に言えば、あらかじめ建設工事の種類別中間投入比率を考慮した上で波及効果を計算できるのであれば、ずっと精度の高い

計算ができることになります。

つまり 1,000 億円の建設投資が各産業に対し、つぎのような中間需要を生み出すのであれば、これを県内中間需要ベクトル $\mathbf{Y}_1$ とおいて、下図のように計算すればよいのです。

最終需要		中間需要	
建　設	1,000億円	石油・石炭製品	150億円
		窯業・土石製品	300億円
		鉄　　　　鋼	100億円
		金　属　製　品	50億円

最終需要ベクトル $\mathbf{Y}_0$

（単位：億円）

01 農　林　漁　業	0
・ ・	・ ・
21 石油・石炭製品	0
22 プラスチック・ゴム製品	・
25 窯業・土石製品	0
26 鉄　　　　鋼	0
27 非　鉄　金　属	0
28 金　属　製　品	0
・ ・	・ ・
41 建　　　　設	1,000
・ ・	・ ・
69 分　類　不　明	0

中間需要ベクトル $\mathbf{Y}_1$

（単位：億円）

01 農　林　漁　業	0
・ ・	・ ・
21 石油・石炭製品	150
22 プラスチック・ゴム製品	・
25 窯業・土石製品	300
26 鉄　　　　鋼	100
27 非　鉄　金　属	0
28 金　属　製　品	50
・ ・	・ ・
41 建　　　　設	0
・ ・	・ ・
69 分　類　不　明	0

X	＝	Y_0	＋	B	×	Γ	×	Y_1
生産額ベクトル		県内最終需要ベクトル		逆行列係数 $[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型		自給率対角行列 $(=I-\hat{M})$		中間需要ベクトル

ということは、例えば住宅建築なら、建設に必要な資材を調べて金額を確定させ、それを中間需要ベクトルY_1として上図のとおり

$$X=(I-\hat{M})Y_0+[I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})Y_1$$

として計算すればよいわけです。

ただ、ここでちょっと困ったことがあります。工事別に中間投入額を調べた方がよいのかはわかったのですが、一つ一つそれを調べるのは大変ですし、データが得られないこともあるからです。

そこで、国土交通省が作成している『建設部門分析用産業連関表』を使えば、住宅建築のような一般的な建設工事であれば、工事別に中間投入額を計算することができます。

『建設部門分析用産業連関表』には、木造在来住宅など工事種類別に71の分類があって、投入係数（全国値）などが掲載されています。

平成 27 年建設部門用経済波及効果測定ツールを利用して「住宅建築に 1,000 億円の建設投資をした場合の波及効果」について、計算した結果を挙げておきます。表 4-11 と比較してみてください。

表4-12　波及効果まとめ（建設部門）

	生産額(億円)	就業者数(人)
第1次波及効果	1,309.9	（合計のみ記載）
第2次波及効果	196.7	
合計(総合効果)	1,506.5	11,902

（注）単位未満を四捨五入しているため、内訳は必ずしも合計と一致しない。

ここでの住宅建築とは、木造も非木造も含めた住宅全体ということで計算していますが、もし、木造住宅に限定して波及効果を計算したいのであれば、それも可能です。もちろん住宅だけでなく、道路建設、鉄道建設、工場建設、下水道建設などについても測定できます。

ところで、この「住宅建築に 1,000 億円の建設投資をした場合の波及効果」の計算結果を使って、投資額が変わった時の便利な計算方法をご紹介しましょう。

例	住宅建築に 2,000 億円の投資（用地取得費を除く）をした場合の波及効果を求める。

1,000 億円の投資による波及効果は下表のとおりでした。

	生産額(億円)	就業者数(人)
第1次波及効果 第2次波及効果	1,309.9 196.7	(合計のみ記載)
合計(総合効果)	1,506.5	11,902

(注) 単位未満を四捨五入しているため、内訳は必ずしも合計と一致しない。

この結果をもとに、2,000 億円の投資による波及効果の計算方法は、次の表のとおりです。

	生産額(億円)	就業者数（人）
第1次波及効果	1,309.9×(2,000/1,000) ＝2,619.8	
第2次波及効果	196.7×(2,000/1,000) ＝ 393.4	
合計(総合効果)	1,506.5×(2,000/1,000) ＝3,013.0	11,902×(2,000/1,000) ＝23,804

つまり、2,000 億円の投資による波及効果を求めるには、1,000 億円の投資による波及効果を単純に 2 倍にしてやればいいということなのです。

基本的に産業連関分析の計算の基礎は線形計算と申しまして、「ある原因を 2 倍にすれば結果も 2 倍になる」という計算に基づいているのです。

したがって、該当する工事種類の 1,000 億円投資した場合の計算結果に対し、例えば 3,500 億円の投資なら 3.5 倍、500 億円の投資なら 0.5 倍すれば結果が得られるのです。

少しスピードが速かったかもしれませんが、産業連関分析の例を大枠お話ししてまいりましたが御理解いただけたでしょうか。

産業連関分析の問題点

これまでの説明では、もっぱら産業連関分析理論の何たるかについて、御理解をいただくことに重点をおいてきましたので細かい問題については無視してきましたし、得られた結果がどれだけ信頼性のおけるものかについても、あまり触れることはしませんでした。

しかし、実際の産業連関分析にあたっては、いろいろと考えていかなければならない細かな問題が多く、また結果の信頼性に関して問題が多いのも事実です。

おそらく、皆さんおわかりのことと思いますが、大事なのは「産業連関分析とは、経済波及効果についてピタリと正解をだすものではない」ということです。

そこで結果の信頼性という点にからめて、これまで扱ってきた分析手法の主要な問題点を挙げておきます。

(1) 波及の中断

産業連関分析で最も注意しなくてはならないのが、波及の中断の問題です。波及の中断とは、その言葉から想像がつくように、中間投入を通じて波及していくプロセスが、途中でストップしてしまうことを言います。

例えば、計算上では県内生産で賄うはずの資材を大幅に移輸入に頼ってしまったり、ある産業の県内での生産能力が限界に達し、それ以上の県内生産が不可能になってしまった時などに起こるものです。

当然のことながら、この場合、実際の波及効果は計算上の値より低くなります。また、就業者の問題では、前にも述べましたように、生産性を向上させたり、既存労働者の残業などで対応する例が多く、必ずしも就業者増に結びつくとは限りませんが、これも波及の中断の一種です。

先ほど見た産業連関分析の計算方法は、この波及の中断を無視しているので、そのままでは計算上の波及効果が過大になりがちである点、分析者、利用者とも十分に考慮する必要があります。

産業連関分析では「**波及の中断はなく、投入係数は短期的には変化しない**」ことを前提としているんだよ

(2) 投入構造の変化の問題

投入係数は、産業連関分析に重要な役割を果たしています。しかし、投入係数はあくまでも計算の便宜上用いるものであり、分析の途中で投入係数を用いて計算した中間投入額と、実際の中間投入額とは一致するわけではありません。それだけでなく、投入係数は生産技術の向上により年々変化していくものですが、産業連関表は資料の制約上、現在のところ、5 年に一度しか作れませんので、投入係数は分析時点で最新のものを使用するしかありません。

つまり、計算上用いる投入係数は、実際の波及のプロセスをうまく表しているとは限らないのです。自給率、移輸入率についても、事情は同じです。

最も大きな問題はこの2つだと思いますが、その他にもいろいろ考えなくてはならないことがあります。

上記の問題の他にいくつかの例として、

・物価変動によるデフレートの問題

・営業余剰の消費及び投資転換の問題

・民間消費支出の転換方法の問題

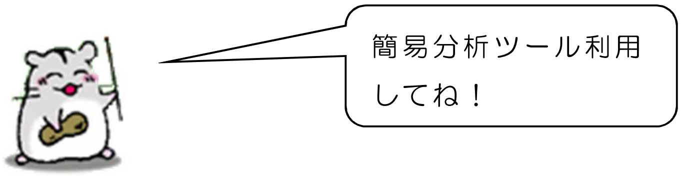
などが挙げられます。

先ほども申し上げましたように、産業連関分析とは経済波及効果について、ピタリと正解を出すものではありません。ある程度の誤差は当然のものであり、いかに誤差を少なくするかが重要な課題なのですが、この辺、自然科学、例えば物理学にみられるような完璧な理論構築とは事情が違い、人間の社会を相手とする社会科学は、いわば穴だらけの試行錯誤の世界です。

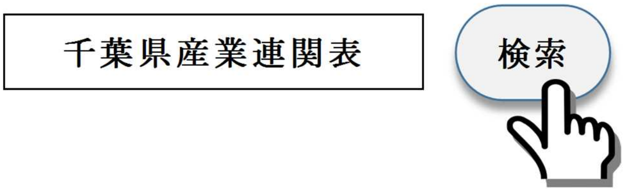
ここで説明した分析の実例はあくまでも大筋のものですし、得られる結果は、目安程度と考えていただいた方が無難です。

実際の分析にあたり、いかに誤差を少なくし現実に近づけるかは、分析をされる方の御努力に負うしかないのです。

どうか皆さんも、本書で話されているのは「産業連関分析のほんの基礎の基礎」であることを十分認識されたうえ、できれば御自分で勉強を続けられて、産業連関表を大いに利用していただきたいと思います。



千葉県産業連関表のホームページには、経済波及効果簡易分析用のツールが掲載されています。



最終需要を設定し入力すれば、自動的に行列の計算をして、経済波及効果が分析できます。

また、先ほど説明した住宅建築の波及効果のように、工事種類別に計算ができる建設部門用も掲載しています。

ぜひ御利用ください。

（注）　ここで得られた波及効果と逆行列係数表の「41 建設」のタテの係数（平成 27 年千葉県産業連関表）とを比べてみてください。得られた数値（表 4-3）は逆行列係数表タテの係数に 1,000 億円を乗じた数値と等しくなっています。その理由は以下のとおりです。

① 産業連関表では「41 建設」の場合、自給率が 100％（＝1）と定義されています。なぜならば建築物は一般の商品と違って不動産であり、可動性がないので移入、移出することはありえないからです。

② 自給率が 1 の産業は、それを移輸入によって賄うということがありえません。したがって建設のみに最終需要が生じた場合は

モデル式 $$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y+E]$$

$$X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[\qquad Y+E]$$

です。よって建設部門に 1,000 億円の最終需要が生じたのであれば、その需要のすべてが県内の生産に関わるものなので、最終ベクトルをそのまま逆行列係数に乗じればよいのです。

③ 2-1 で述べたように、逆行列係数をタテにみれば最終需要 1 単位当たりの波及効果を読みとることができます。建設の県内での生産に係る最終需要は 1,000 億円なので、各係数に 1,000 億円を乗じるだけで波及効果が計算できることになります。

※　本書についてお気付きの点などがありましたら、
千葉県総合企画部統計課産業連関表担当まで
御連絡ください。

電　話　：　043-223-2219

ＦＡＸ　：　043-227-4458

E-mail　：　tkrenkan@mz.pref.chiba.lg.jp

入 門　　産 業 連 関 表

その見方・使い方

平成 5年3月　初　　版
平成12年3月　改訂2版
平成17年3月　改訂3版
平成23年3月　改訂4版
令和 3年7月　改訂5版

編集・発行

千葉県総合企画部統計課

〒260-8667　千葉市中央区市場町1-1

電話　043-223-2219