

「思考し、表現する力」を高める実践モデルプログラム



を活用した学習の事例（指導案等）



	概 要
学年・教科・単元等	中学校3年生・数学・図形と相似
活用方法	四つの学習過程を位置付け、「見いだす」で生徒一人一人に図をかかせて、「まとめあげる」で証明を比較することで、 $\angle A$ の大きさが違って同じ証明になることで、証明できる良さを深めることができる。また、学習履歴図を活用することで本時の振り返りに活かすとともに、次の学習の「見いだす」までのつながりを意識することで、主体的な学びを目指す。
成果等	過程を繰り返すことで学習の流れを定着させることができた。また、実寸大の図をかくことで一人一人図が違って証明ができる良さや共通する部分を確認することができ、理解を深めることができた。毎時間の学習履歴図での振り返りから、授業のポイントをまとめることができる生徒が増え、次時への見通しにつなげることもできた。そして、その積み重ねから、授業を深める積極的な発言も多くなり、生徒から新たな疑問点が出たり、違う考え方が出てきたり、主体的な学びにつながった。

中学校 第3学年〇組 数学科学習指導案

1 単元名 図形と相似

2 単元について

(1) 単元観

今回の学習指導要領の改訂では、主として日常生活や社会現象の事象に関わる過程と、数学の事象に関わる過程の二つの問題発見・解決の過程を重視している。全国学力・学習状況調査の結果から中学校では「数学的な表現を用いた理由の説明」に課題があることから、本単元の学習を通して説明する力を高める必要がある。また、この単元の学習では思考する過程を大切にしたり、判断の根拠などを数学的な表現を用いて伝え合ったりする言語活動を通じて日常生活の具体的な場面で活用できる力を培っていきたいと考える。

現中学3年生は旧学習指導要領で小学校第5学年では、多角形の辺の長さや角の大きさなどの図形の形や大きさが決まる要素や図形の合同について学んでいる。第6学年では拡大図や縮図の学習を通して2つの図形が同じであることを学んでいる。また、中学校第1学年では、平面図形の移動を通してぴったりと重ね

られる図形として合同を振り返っている。第2学年では数学的な推論の過程に着目して、図形の合同に基づいて三角形や平行四辺形の性質を見だし、論理的に確かめ説明することを学習している。これらを受け第3学年では、合同な2つ図形は相似比が1:1の相似な図形であり、三角形の相似条件は2つの三角形が互いに拡大または縮小して合同になる条件として与えられる。合同との比較を効果的に取り入れながら図形が相似であることの意味を理解させ、相似な図形の性質について論理的に考察し表現する活動を通して、思考力、判断力、表現力等の育成を図ることが必要である。また、数学の事象を解決できるだけでなく、具体的な場面で相似を利用して考える例が数多くあるので、活用の深まりを実感できるようにしていくためにも、重要な単元であると考えている。

(2) 指導観

数学は、学習内容をただ暗記していくだけの学習ではない。なぜその答えが導き出したのか

どのような筋道になっているのかを把握することにより、数学の理解を深めたり、学力の定着を図ったりすることができる。また、頭の中で考えているだけでなく、声に出して外に出力することによりメタ認知が高められる。

本学級の生徒は、授業中の観察や学習履歴図（自己評価カード）での振り返りから、本授業でのポイントがまとめられている生徒が多いことから、学習に対する姿勢の基礎・基本ができている。また、次時への意欲を読み取ることができる。しかし、図形の証明については苦手意識を持ち、思考しているものの言葉にできなかつたり、うまく説明できなかつたりする生徒が多い。また、図をイメージできなかつたり、証明に必要な三角形の合同条件や平行四辺形になる条件などの図形の性質を正しく覚えていなかつたりするため、自立的に取り組めないことも多い。ただ、授業への意欲はとともあるので、考える時間を確保しながら、一人一人が自分の考えに自信を持てるような展開をしていきたい。

①「主体的な学び」につなげる課題設定【見い出す】

生徒が主体的な学びをするため、また、証明に抵抗感を抱かないようにするため、まず直感的に予想できる問題に設定した。そして、一人一人がノートに問題の図を実寸大でかくことでみんな違う図なのに相似になるのはどうしてか考えることで、証明できれば良いと次の間に発展させていくことで、主体的な学びに持続させていきたい。

②相似条件を使って証明する場を設定する。【広げ深める】

本単元では、相似な図形の性質を第1次で学習し、第4、5次で相似条件を作図から学び、2つの三角形が相似になるかあてはまる相似条件を考えることを学習している。合同な図形の証明と対比させながら証明を書いてみる。図に印をつけたり、対応順に裏返した図をかいたりすることで3つの相似条件のどれがあてはまるか見当がつけられるように支援していきたい。

③自分で証明を考えることで学習の定着を図る。【まとめあげる】

様々な条件の三角形の中から同じ条件の三角形が相似になることをとおし

て、三角形の相似条件の定着を図り、論理的に証明する必要性や次への意欲につなげたい。証明するためには相似を構成する条件を挙げ、それを順序立てることで証明できるようになっていくと考える。また、合同と対比させることで合同と相似の類似点や違いが理解できるようになってくる。数学は積み重ねの教科であることを大切にしながら、証明することに抵抗がなくなるように、練習問題で定着を図っていきたい。

3 単元の目標

【知識及び技能】

- ・平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解することができる。
- ・基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積の比や体積の比との関係について理解することができる。

【思考力，判断力，表現力等】

- ・三角形の相似条件などをもとにして図形の性質を論理的に確かめることができる。
- ・平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。
- ・相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。

【学びに向かう力，人間性等】

- ・相似な図形の性質の良さを実感して粘り強く考え、図形の性質について学んだことを生活や学習にいかそうとしたり、相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする。

4 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①相似な2つの図形の辺や角の関係を記号を用いて表したり、その意味を的確に読み取ったりすることができる。 ②図形の相似の意味と相似な図形の性質を十分に理解している。 ③相似な図形の対応する辺の長さや角の大きさを手際よく求めることができる。 ④三角形の相似条件の意味を十分に理解している。 ⑤三角形の相似条件を用いた証明の方法について十分に理解している。	①相似な図形の性質を見だし、活用することができる。 ②三角形の合同条件をもとにして、三角形の相似条件を見いだすことができる ③三角形の相似条件を用いて、2つの三角形が相似であるかどうかを考察し表現することができる。 ④見いだした図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて効率的に証明することができる。 ⑤平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを証	①相似な図形の性質を進んで見いだそうとしている。 ②三角形の相似条件を進んで見いだそうとしている。 ③三角形の相似条件を用いて、図形の性質を進んで証明しようとしている。 ④平行線と線分の比についての性質を進んで証明しようとしている。 ⑤平行線と線分の比についての性質を用いて、図形の性質を進んで証明しようとしている。 ⑥1点を中心として図形を拡大

<p>⑥平行線と線分の比についての性質を十分に理解している。</p> <p>⑦平行線と線分の比についての性質を記号を用いて表したり、その意味を的確に読み取ったりすることができる。</p> <p>⑧平行線と線分の比についての性質を用いて、線分の長さなどを手際よく求めることができる。</p> <p>⑨平行線にはさまれた線分の比についての性質を用いて、線分の長さなどを手際よく求めることができる。</p> <p>⑩平行線と線分の比についての性質の逆が成り立つことを十分に理解している。</p> <p>⑪1点を中心として図形を拡大または縮小して、相似な図形を手際よくかくことができる。</p> <p>⑫中点連結定理を十分に理解している。</p> <p>⑬中点連結定理を用いて、線分の長さなどを手際よく求めることができる。</p> <p>⑭相似な図形の相似比と面積の比の関係について十分に理解している。</p> <p>⑮図形の面積を、相似比と面積の比の関係を用いて、手際よく求めることができる。</p> <p>⑯相似な立体の相似比と表面積の比、体積の比の関係について理解している。</p> <p>⑰立体の表面積や体積を、相似比と表面積の比、体積の比の関係をj用いて求めることができる。</p>	<p>明することができる。</p> <p>⑥平行線と線分の比についての性質を用いて、新たな図形の性質を見だし、証明することができる。</p> <p>⑦平行線と線分の比についての性質の逆が成り立つことを見だし、証明することができる。</p> <p>⑧1点を中心として図形を拡大または縮小して、相似な図形をかく方法を考察し表現することができる。</p> <p>⑨平行線と線分の比についての性質をもとにして、三角形の2辺の中点を結んだ線分のもつ性質について考察し表現することができる。</p> <p>⑩中点連結定理を用いて、図形の性質を証明することができる。</p> <p>⑪相似な図形の相似比と面積の比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考察し表現することができる。</p> <p>⑫相似な立体の相似比と表面積の比、体積の比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考察し表現することができる。</p> <p>⑬相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。</p> <p>⑭与えられた図形の中の相似な三角形に着目するなどして、的確に線分の比を見いだしたり、位置関係を捉えたりすることができる。</p>	<p>または縮小して、相似な図形をかくことについて進んで考えようとしている。</p> <p>⑦中点連結定理を用いて、図形の性質を進んで証明しようとしている。</p> <p>⑧相似な図形の相似比と面積の比の関係について進んで考えようとしている。</p> <p>⑨相似な立体の相似比と表面積の比、体積の比の関係について考えようとしている。</p> <p>⑩相似な図形の性質について学んだことを進んで生活や学習にいかそうとしている。</p> <p>⑪図形の相似を活用した問題解決の過程を進んでふり返って評価・改善しようとしている。</p> <p>⑫相似な図形の性質を見いだそうとしている。</p>
--	--	---

<p>⑱具体的な場面で、相似な図形の性質を活用して、問題を解決する方法について十分に理解している。</p> <p>⑲図形の辺の比の関係を求めたり、直接測定できない高さや距離などを縮図をかいて手際よく求めたりすることができる。</p>	<p>⑮相似な図形の性質を見いだすことができる。</p>	
--	------------------------------	--

5 全体計画（23時間扱い） ●指導者が指導の改善に生かすための評価

○評価の総括に生かすための評価

時	○目標 ・ 学習内容(学習課題)	評価規準・評価方法		
		知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
1 2 3	<p>○図形の拡大・縮小の意味をもとに、図形の相似の意味と相似な図形の性質を理解することができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図形を比べるとどんなことが分かるだろうか ・相似比を求めるにはどうすればよいだろうか ・相似な図形の辺や角の大きさを求めるにはどうすればよいだろうか 	<p>●知①②(ノート)</p> <p>○知③(小テスト)</p>	<p>●思①(観察、ノート)</p>	<p>●態①(観察、評価カード)</p>
4 5	<p>○三角形の相似条件について理解し、簡単な場合に三角形の相似条件を利用することができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・2つの三角形はどんな場合に相似になるだろうか ・三角形の相似条件を使い相似な三角形の組を見つけるにはどうすればよいだろうか 	<p>○知④(小テスト)</p>	<p>○思②③(ノート)</p>	<p>●態②(観察、評価カード)</p>
6 7 8	<p>○三角形の相似条件を使って図形の性質を(本時)証明することができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形どうしが相似であることを確かめるにはどうすればよいだろうか ・どの相似条件を使えば、三角形が相似になることを証明できるだろうか 	<p>●知⑤(ノート)</p>	<p>○思④(ノート)</p>	<p>●態③(ノート)</p>

	<ul style="list-style-type: none"> ・三角形が相似であることを証明して辺の長さを求めるにはどうすればよいだろうか 			
9 10 11 12 13 14	<p>○平行線と線分の比に関する性質を見だし、それを証明し、利用することができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形について平行線と線分の比はどのような関係だろうか① ・三角形について平行線と線分の比はどのような関係だろうか② ・平行線にはさまれた線分の比にはどのような関係があるだろうか ・三角形の中にはどのような比の関係があるだろうか ・逆の関係は成り立つだろうか 	<p>●知⑥⑦ (ノート) ○知⑧⑨ (ノート、小テスト) ●⑩⑪(ノート)</p>	<p>●思⑤⑥⑦ ⑧(ノート) ○思⑨(ノート)</p>	<p>●態④⑤⑥ (観察、ノート)</p>
15 16	<p>○中点連結定理を理解し、それを使って辺の長さを求めたり、図形の性質を証明したりすることができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の2辺の中点を結んだ線分の長さにはどのような性質があるだろうか ・中点連結定理を利用できるだろうか 	<p>●知⑫(観察、ノート) ○知⑬(ノート、小テスト)</p>	<p>○思⑩(ノート)</p>	<p>●⑦(観察、ノート)</p>
17 18	<p>○相似な平面図形について、相似比と面積の比の関係を理解し、それを使って図形の面積を求めることができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形を調べて相似比と面積比の間にはどのような関係があるだろうか ・相似比と面積比の関係を使い面積を求めるにはどうすればよいだろうか 	<p>●知⑭(観察、ノート) ○知⑮(ノート、小テスト)</p>	<p>●思⑪(ノート)</p>	<p>●⑧(観察、ノート)</p>
19 20 21	<p>○立体の拡大・縮小の意味を知り、それをもとに立体の相似の意味と相似な立体の性質を理解する。また、相似な立体について、相似比と表面積の比、体積の比の関係を理解し、それを使って立体の表面積や体積を求めることができるようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相似な立体の表面積と体積にはどのような性質があるだろうか ・相似な立体の性質を利用して表面積と体積を求めることができるだろうか 	<p>●知⑯(観察)○知⑰(ノート、小テスト)</p>	<p>●思⑫(ノート)</p>	<p>●⑨(観察、ノート)</p>

	・相似な図形の性質を使ってどちらが割安か調べられるだろうか			
22 23	○相似な図形のいろいろな性質を、具体的な日常生活の場面や、数学的な問題解決の場面において活用することができるようにする。 ・2点間の距離は縮図をどのように利用したらよいか ・校舎の高さはどのように相似を利用したらよいか	●知⑱(観察)○知⑲(ノート)	○思⑬⑭⑮(ノート)	○⑩⑪⑫(観察、評価カード)

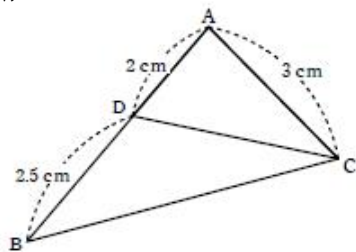
6 本時の指導 (6 / 23)

(1) 目標 見いだした図形の性質などを、三角形の相似条件を用いて証明することができる。

三角形の相似条件を用いて、図形の性質を証明しようとしている。

(2) 展開

過程・時配 (学習形態)	学習活動と内容	○指導上の留意点 (UD の視点も含む) ☆評価 (方法) ◎個別の支援	資料
見いだす 8分 【全体】	1 問題を把握する ●相似な三角形の組はあるだろうか	○図を示してから問題を板書する。 ○ノートには $\angle A$ は任意とし、実寸大で図をかかせる。	電子黒板 三角定規 コンパス
2分	●予想する ・ $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ ・ $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ ・ $\triangle ACD$ と $\triangle DBC$ は相似じゃない 2 学習課題の把握	○口答で直感的に予想させる。 ○三角形は3種類あることを確認する。 ○本時の課題を確認する。	
	2つの三角形が相似であることを確かめるにはどうすればよいだろうか		
	・相似条件にあてはめて証明すればよい ●相似条件の確認をする	○2つの三角形が相似になるためには何が言えれば良いか振り返らせる。 ◎相似条件のカードを準備しておく。	



<p>自分で取り 組む 8分 【個・ペア】</p>	<p>3 各自で証明をする</p> <p>●△ABC と△ACD が相似になることを証明する</p> <ul style="list-style-type: none"> △ABC と△ACD で共通な角だから $\angle BAC = \angle CAD \dots \textcircled{1}$ $AB:AC = 4.5:3 = 3:2 \dots \textcircled{2}$ $AC:AD = 3:2 \dots \textcircled{3}$ <p>①、②、③から 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle ACD$</p>	<p>○どの三角形を証明するか確認する。</p> <p>○合同条件を使ったときの証明の書き方を思い出させる。</p> <p>☆合同の証明を思い出しながら証明を書こうとしている。(発言・ノート)</p> <p>◎3つの相似条件のどれがあてはまるか見当をつけさせる。</p> <p>◎△ACD を裏返した図を示す。</p>	<p>相似条件 カード</p>
<p>広げ深める 10分 【全体】</p>	<p>4 他の三角形が相似かどうか確かめる</p> <p>●相似条件を確認する</p> <p>●△ABC と△DBC、△ACD と△DBC が相似条件にあてはまるか確認</p>	<p>○他の三角形の組み合わせは相似にならないことも図を見ながら確認をする。</p>	
<p>まとめあげる 5分 【全体・個】</p>	<p>5 本時の学習の内容を振り返る</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 三角形の相似条件にあてはまるかを確認すればよい。 すべての辺の長さや角の大きさが分からなくても相似であることが言える。 証明の書き方は、合同条件を使った証明と同じ。 </div>	<p>○証明の書き方は合同条件のときと同じようにかければ良いことに気がつけるようにする。</p> <p>○∠Aは任意であったのに一人一人かいた三角形が相似になることが証明できたことに驚きや三角形がかける条件は3つであるところから合同条件や相似条件が3つであることを再確認できるようにする。</p>	
<p>15分</p>	<p>6 練習問題に取り組む</p>	<p>◎図に印をつけさせ、どの条件が使えるようか見当をつけさせる。</p> <p>☆証明が書ける。(ノート)</p>	
<p>2分</p>	<p>7 学習履歴図(自己評価カード)の記入</p>	<p>☆本時の振り返りができる。 (学習履歴図)</p>	<p>学習履歴 図</p>