数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜準備問題＞

組　　　番　　名前

1　平行四辺形の定義を書きなさい。

2　四角形が平行四辺形であるための条件が３つ書いてあります。あと２つ，条件を書きなさい。

・２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

・２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

・１組の向かい合う辺が等しくて平行である。

・

・

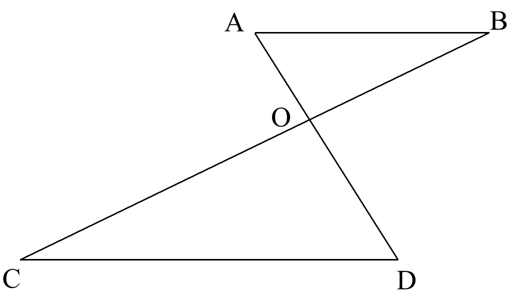
3　次の図で，ＡＢ//ＣＤのとき，

△ＡＯＢ∽△ＤＯＣ

です。

これを次のように証明しました。

をうめて，証明を完成させなさい。



（証明）

△ＡＯＢと△ＤＯＣにおいて，

仮定より，ＡＢ//ＣＤであるから　㋐　は等しいので，

∠ＡＢＯ＝∠ＤＣＯ　…………①

対頂角は等しいから，∠ＡＯＢ＝∠　㋑　……②

①，②より，　㋒　から，

△ＡＯＢ∽△ＤＯＣ

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜準備問題・解答＞

1

２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形

2

２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。　※順序は問わない。

対角線がそれぞれの中点で交わる。

3

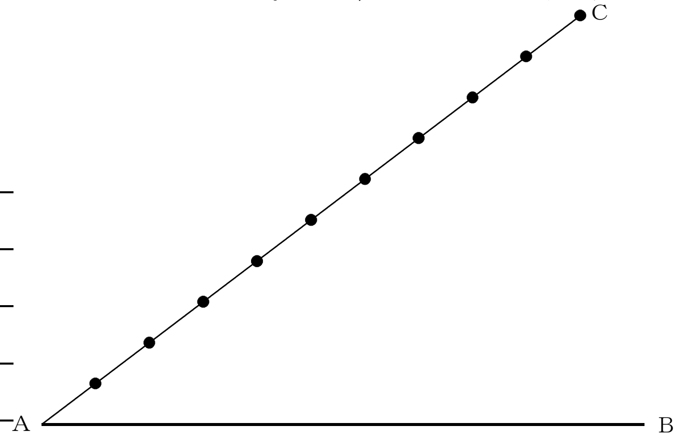
㋐ 錯角　㋑ ＤＯＣ　㋒ ２組の角がそれぞれ等しい

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題①＞

組　　　番　　名前

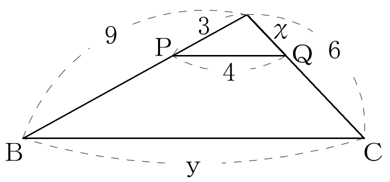
1　次の図で，線分ＡＢ上にありＡＢを５：２の比に分ける点Ｐを，線分ＡＣ（１０等分してあります）を利用して求めるには、どのようにすればよいか説明しなさい。また，下の図に三角定規を使ってかきなさい。

【説明】

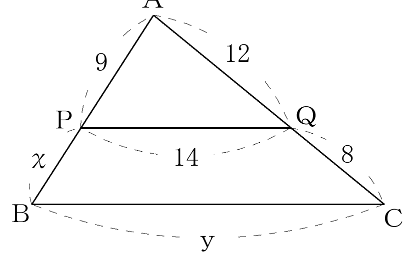


2　次の図で，ＰＱ//ＢＣのとき，χ，ｙの値を求めなさい。

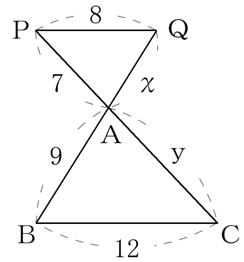
（１）



（２）

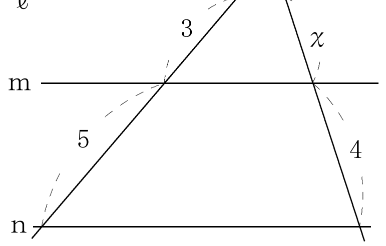


（３）

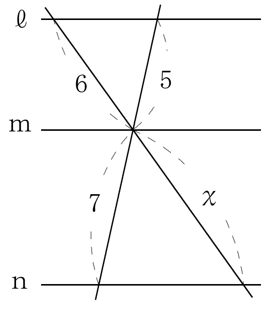


3　次の図で，ℓ//ｍ//ｎであるとき，χの値を求めなさい。

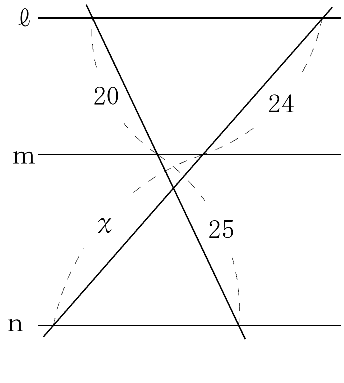
（１）



（２）



（３）



数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題①・解答＞

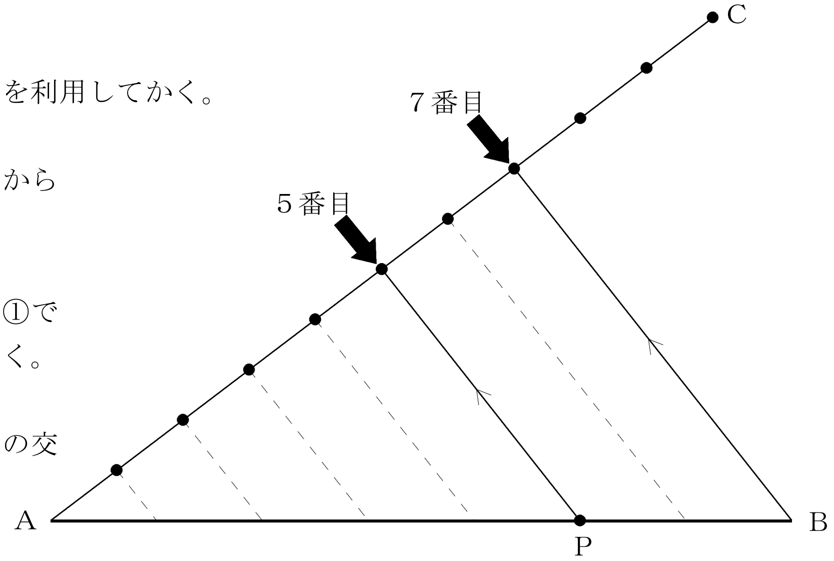
1

【説明】 ※ 平行線は，三角定規を利用してかく。

① 図のように線分ＡＣ上で点Ａから７番目の点と点Ｂを結ぶ。

② 点Ａから５番目の点を通り，①でひいた線分と平行な線分をひく。

③ ②でひいた線分と線分ＡＢとの交点が求める点Ｐとなる。



2

（１）　$x = 2,\ y = 12$　　（２）　$x = 6,\ y = \dfrac{70}{3}$

（３）　$x = 6,\ y = \dfrac{21}{2}$

【解説】

（１）
$$3 : 9 = x : 6$$
$$9x = 18$$
$$x = 2$$
$$3 : 9 = 4 : y$$
$$3y = 36$$
$$y = 12$$

（２）
$$9 : x = 12 : 8$$
$$12x = 72$$
$$x = 6$$
$$14 : y = 12 : 20$$
$$12y = 280$$
$$y = \frac{70}{3}$$

（３）
$$x : 9 = 8 : 12$$
$$12x = 72$$
$$x = 6$$
$$7 : y = 8 : 12$$
$$8y = 84$$
$$y = \frac{21}{2}$$

3

（１）　$x = \dfrac{12}{5}$　　（２）　$x = \dfrac{42}{5}$　　（３）　$x = 30$

【解説】

（１）
$$3 : 5 = x : 4$$
$$5x = 12$$
$$x = \frac{12}{5}$$

（２）
$$6 : x = 5 : 7$$
$$5x = 42$$
$$x = \frac{42}{5}$$

（３）
$$24 : x = 20 : 25$$
$$20x = 600$$
$$x = 30$$

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題②＞

組　　　番　　名前

図１の△ＡＢＣで，∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点をＤとすると，

ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＣＤ　です。

（１）　これを次のように証明しました。

$\boxed{}$ をうめて，証明を完成させなさい。

（証明）

図２のように，点Ｃを通りＡＤと平行な直線とＢＡを延長した直線との交点をＥとする。

△ＡＣＥにおいて，

ＡＤ//ＥＣから，　$\boxed{ア}$ が等しいので

∠ＢＡＤ＝∠ＡＥＣ　　　　………①

また，　$\boxed{イ}$ が等しいので

∠ＤＡＣ　＝　∠ $\boxed{ウ}$ ….②

仮定より

∠ＢＡＤ＝∠ＤＡＣ　　　　……..③

①，②，③より∠　ＡＥＣ＝∠ＡＣＥ

これより，△ＡＣＥは二等辺三角形であるので

ＡＣ＝ＡＥ　　　　　　　　……..④

△ＢＣＥにおいて，

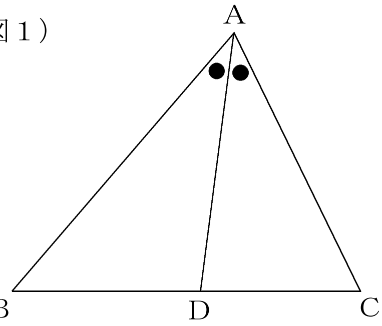
ＡＤ//ＥＣから，平行線と線分の比の定理より

ＢＡ：ＡＥ＝ $\boxed{エ}$ ……⑤

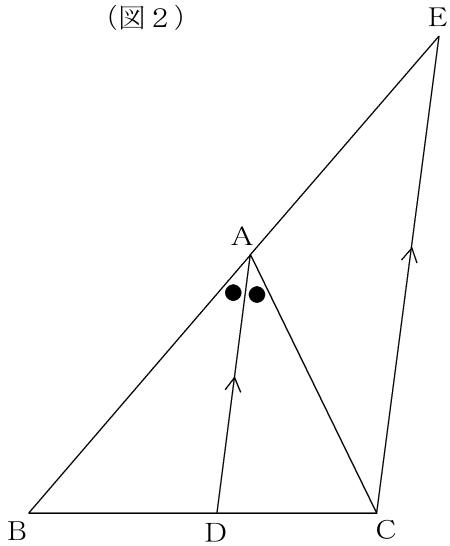
④，⑤より

ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＣＤ

（図１）

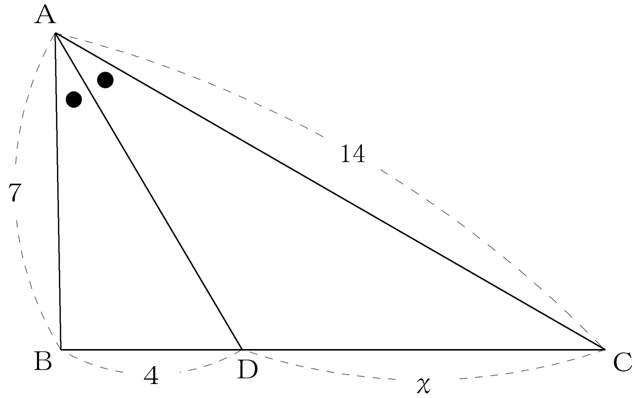


（図２）

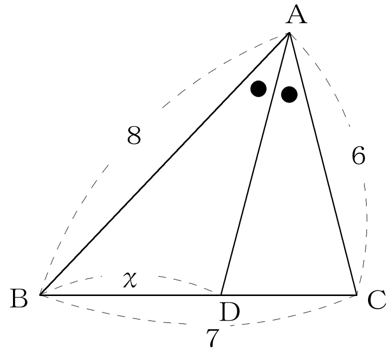


（２）　次の図で，∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤです。(1)の結論を利用して，χ の値を求めなさい。

①



②



数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題②・解答＞

（１）　㋐ 同位角　　㋑ 錯角　　㋒ ＡＣＥ　　㋓ ＢＤ：ＤＣ

（２）　①　$\chi = 8$　　②　$\chi = 4$

【解説】

①　$7 : 14 = 4 : \chi$

$7\chi = 56$

$\chi = 8$

②　$8 : 6 = \chi : (7 - \chi)$

$6\chi = 8(7 - \chi)$

$6\chi = 56 - 8\chi$

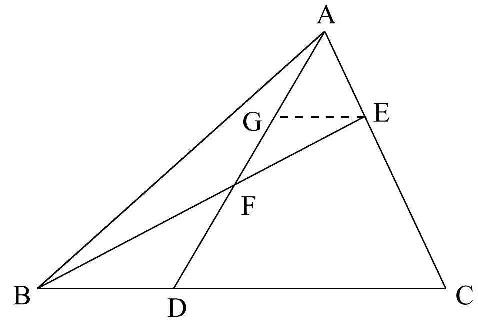
$6\chi + 8\chi = 56$

$14\chi = 56$

$\chi = 4$

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題③＞

組　　番　　名前



1　右の図の△ＡＢＣにおいて，ＢＤ：ＤＣ＝１：２，ＢＦ：ＦＥ＝３：２です。
　このとき，ＡＥ：ＥＣ＝１：２です。
　これを次のように証明しました。
　☐ をうめて，証明を完成させなさい。

（証明）
　点ＥからＢＣに平行な直線を引き，ＡＤとの交点をＧとする。

ＧＥ//ＢＣなので，ＧＥ：ＤＢ＝ＥＦ：ア☐＝２：イ☐ ……①

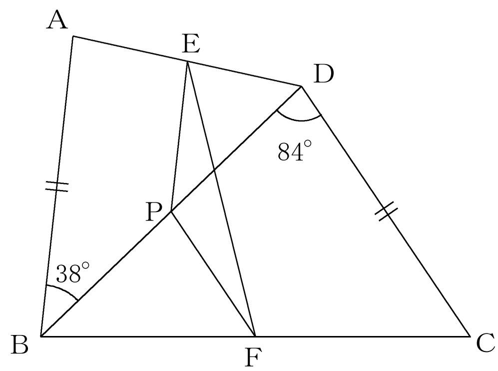
仮定より，ＢＤ：ＤＣ＝１：２ ……②

①，②より，ＧＥ：ＤＣ＝２：ウ☐＝１：エ☐

よって，ＡＥ：ＡＣ＝１：エ☐

したがって，ＡＥ：ＥＣ＝１：（３－１）＝１：２

2　右の図の四角形ＡＢＣＤにおいて，
　　ＡＢ＝ＣＤ＝８㎝　です。
辺ＡＤの中点をＥ，辺ＢＣの中点をＦ，対角線ＢＤの中点をＰとし，∠ＡＢＤ＝３８°，∠ＢＤＣ＝８４°とします。
　このとき，次の問いに答えなさい。



（１）　辺ＥＰの長さを求めなさい。

（２）　∠ＰＥＦの大きさを求めなさい。

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜基本問題③・解答＞

$\boxed{1}$

㋐　ＢＦ　　㋑　３　　㋒　６　　㋓　３

$\boxed{2}$

（１）　４cm　　（２）　２３°

【解説】

（１）　△ＤＡＢにおいて

点Ｅ，Ｐがそれぞれ辺ＤＡ，ＤＢの中点であるから，中点連結定理より

$$EP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

（２）

(1)より，$EP = \frac{1}{2}AB$ ……①

△ＢＣＤにおいても同様にして，$FP = \frac{1}{2}CD$ ……②

仮定より，ＡＢ＝ＣＤ　……③

①，②，③より，ＥＰ＝ＦＰ

これより，△ＰＥＦは二等辺三角形である。

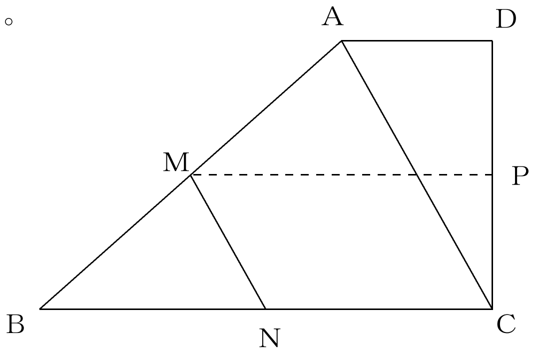
∠ＥＰＦ＝∠ＥＰＤ＋∠ＦＰＤ＝３８°＋９６°＝１３４°であるから

∠ＰＥＦ＝（１８０°－１３４°）÷２＝２３°

数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　<応用問題①>

組　　番　　名前

1　右の図は，ＡＤとＢＣが平行な台形ＡＢＣＤです。
∠ＢＣＤ＝∠ＡＤＣ＝９０°，∠ＡＣＤ＝３０°
ＡＤ：ＢＣ＝１：３とします。
　辺ＡＢの中点をＭ，辺ＣＢの中点をＮとし，ＭとＮを結んだら，線分ＭＮの長さが４㎝でした。
　このとき，次の問いに答えなさい。

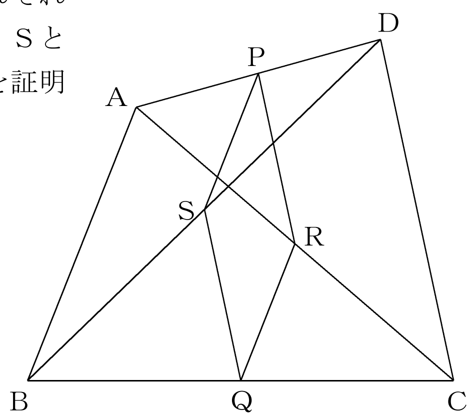


（１）　∠ＭＮＢの大きさを求めなさい。

（２）　辺ＡＤの長さを求めなさい。

（３）　辺ＤＣの中点をＰとするとき，線分ＭＰの長さを求めなさい。

2　右の四角形ＡＢＣＤで，辺ＡＤ，ＢＣの中点をそれぞれＰ，Ｑとし，対角線ＡＣ，ＢＤの中点をそれぞれＲ，Ｓとするとき，四角形ＰＳＱＲは平行四辺形であることを証明しなさい。



数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜応用問題①・解答＞

1

（１）　６０°　　（２）　４ cm　　（３）　８ cm

【解説】

（１）　仮定より，∠ＢＣＤ＝９０°，∠ＡＣＤ＝３０°なので，
∠ＡＣＢ＝９０°－３０°＝６０°
△ＡＢＣにおいて，
点Ｍ，Ｎがそれぞれ辺ＡＢ，ＣＢの中点であるから，中点連結定理より
ＭＮ//ＡＣ
これより，同位角が等しいので，∠ＭＮＢ＝∠ＡＣＢ＝６０°

（２）　(1)より，ＡＣ＝２ＭＮ＝８
△ＣＡＤは，∠ＡＣＤ＝３０°，∠ＣＤＡ＝９０°であるから，正三角形を半分に切った形である。
このことから，ＡＤ＝ $\frac{1}{2}$ ＡＣ＝４

（３）　(2)より，ＡＤ＝４
ＡＤ：ＢＣ＝１：３より，ＢＣ＝１２
点Ｍ，Ｐがそれぞれ辺ＡＢ，ＤＣの中点であるから，
$$MP = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2} \times (4 + 12) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

2

【証明】
△ＡＢＣにおいて，
点Ｑ，Ｒはそれぞれ辺ＢＣ，ＡＣの中点であるから，
中点連結定理より

ＲＱ//ＡＢ　，　ＲＱ＝ $\frac{1}{2}$ ＡＢ　……①

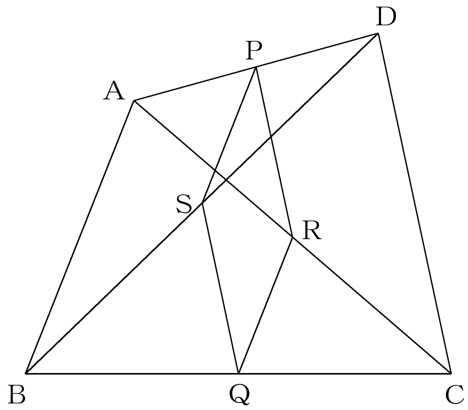
△ＡＢＤにおいて，同様にして

ＰＳ//ＡＢ　，　ＰＳ＝ $\frac{1}{2}$ ＡＢ　……②

①，②から，

ＲＱ//ＰＳ　，　ＲＱ＝ＰＳ

これより，１組の向かい合う辺が平行で等しいから，
四角形ＰＳＱＲは平行四辺形である。

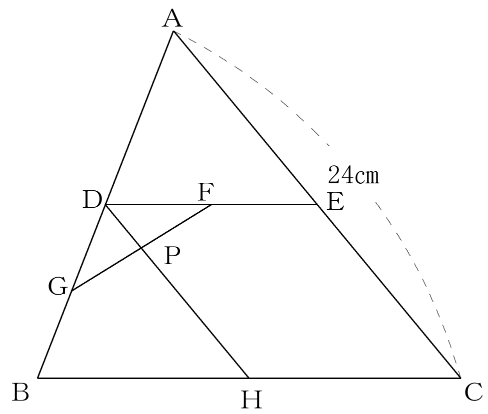


数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜応用問題②＞

組　　　番　　名前

1　右の図の△ＡＢＣにおいて，辺ＡＢの中点をＤ，辺ＡＣの中点をＥ，辺ＤＥの中点をＦ，辺ＤＢの中点をＧ，辺ＢＣの中点をＨとします。

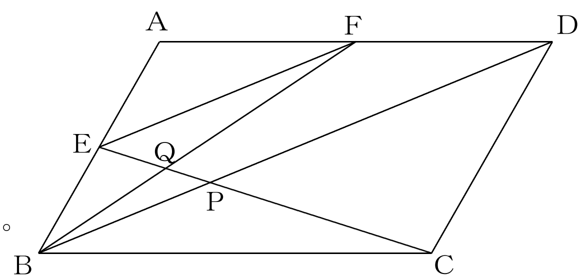
ＡＣ＝２４㎝のとき，辺ＤＰの長さを求めなさい。



2　右の図の平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＡＢ，ＡＤの中点をそれぞれＥ，Ｆとし，対角線ＢＤと線分ＣＥの交点をＰ，線分ＣＥと線分ＢＦの交点をＱとします。

このとき，次の問いに答えなさい。

（１）　△ＥＦＱ∽△ＰＢＱであることを証明しなさい。



（２）　ＰＱ＝４㎝のとき，線分ＰＥの長さを求めなさい。

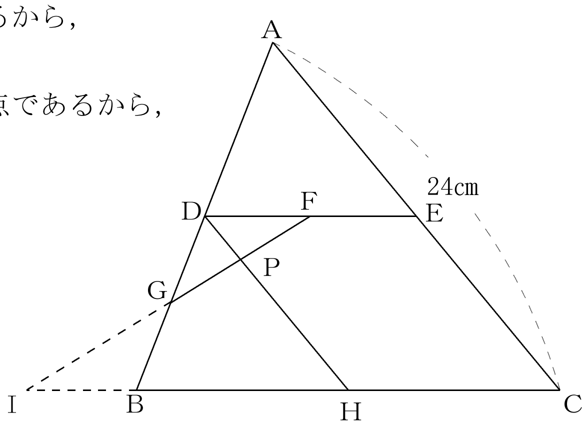
数学３　５章　図形と相似　「平行線と線分の比」　＜応用問題②・解答＞

$\boxed{1}$

３㎝

【解説】

右の図のように，ＣＢの延長とＦＧの延長との交点をＩとする。



ＤＦ＝ａとすると，点Ｆは辺ＤＥの中点であるから，

　ＤＥ＝２ａ　　　　　　　　……①

また，点Ｄ，Ｅはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＣの中点であるから，

中点連結定理より，

　ＢＣ＝２ＤＥ　　　　　　　……②

①，②より，ＢＣ＝４ａ

点Ｈは辺ＢＣの中点であるから，

　ＢＨ＝２ａ　　　　　　　　……③

ＤＥ//ＩＣで，点Ｇは辺ＤＢの中点で

あるから，△ＤＧＦ≡△ＢＧＩとなり，

　ＩＢ＝ａ　　　　　　　　　……④

③，④より，ＩＨ＝３ａ

また，△ＤＰＦ∽△ＨＰＩより，

　ＤＰ：ＨＰ＝ＤＦ：ＨＩ＝ａ：３ａ＝１：３　　……⑤

点Ｄ，Ｈはそれぞれ辺ＢＡ，ＢＣの中点であるから，中点連結定理より，

$$\text{DH}=\frac{1}{2}\text{AC}=12 \qquad \cdots\cdots⑥$$

⑤，⑥より，

$$\text{DP}=\frac{1}{4}\text{DH}=\frac{1}{4}\times 12=3 \quad (\text{cm})$$

【別解】

点Ｄ，Ｅ，Ｈは，それぞれ辺ＡＢ，ＡＣ，ＢＣの中点であるから，

　ＤＥ//ＢＣ……①　　ＤＢ//ＥＨ……②　　ＤＨ＝$\frac{1}{2}$ＡＣ＝１２㎝

①②より　四角形ＤＢＨＥは平行四辺形となる。

対角線の交点をＱとすると，ＤＱ＝$\frac{1}{2}$ＤＨ＝６㎝

また，点Ｆ，Ｇは，それぞれ辺ＤＥ，ＤＢの中点であるから，

　ＧＦ//ＢＥ　　ＤＧ：ＧＢ＝ＤＰ：ＰＱ＝１：１

よって　　ＤＰ＝$\frac{1}{2}$ＤＱ＝３㎝

2

（1）【証明】

△ＥＦＱと△ＰＢＱにおいて，

△ＡＢＤにおいて，点Ｅ，Ｆはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤの中点であるから，

中点連結定理より，

ＥＦ//ＢＤ

これより，錯角が等しいので，∠ＥＦＢ＝∠ＤＢＦ ……①

対頂角は等しいから，∠ＦＱＥ＝∠ＢＱＰ ……②

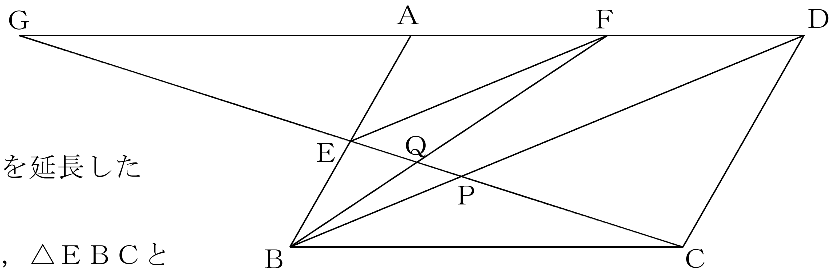
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ＥＦＱ∽△ＰＢＱ

＊別解あり

（2）　１０ ㎝

【解説】



右の図のように，

ＣＥを延長した直線とＤＡを延長した

直線との交点をＧとする。

点Ｅが辺ＡＢの中点であり，△ＥＢＣと

△ＥＡＧが合同であるから，

ＢＣ＝ＡＧ ……①

点Ｆが辺ＡＤの中点であり，四角形ＡＢＣＤは平行四辺形であるから，

ＡＦ：ＢＣ＝１：２ ……②

①，②より，ＢＣ：ＦＧ＝ＱＢ：ＱＦ＝２：３

また，△ＥＦＱ∽△ＰＢＱであるから，

ＱＰ：ＱＥ＝２：３

ＰＱ＝４㎝であるので，ＱＥ＝６㎝

よって，ＰＥ＝１０㎝

ＢＥ＝ＡＥ

ＢＣ//ＧＡより　∠ＥＢＣ＝∠ＥＡＧ（錯角）

∠ＢＥＣ＝∠ＡＥＧ（対頂角）

１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので