数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜準備問題＞

組　　　番　　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　次の数を素因数分解しなさい。

（１）　１０５　　　　（２）　５０　　　　（３）　４８

（４）　２４３　　　　（５）　３９６

$\boxed{2}$　次の $\boxed{\quad\quad}$ にあてはまる数や式を求めなさい。

（１）　$(-4\chi)\times\boxed{\quad\quad}=-20\chi y$

（２）　$\boxed{\quad\quad}\times 5a=25a^3$

（３）　$9ab^2c\times(\boxed{\quad\quad})=-36ab^3c^2$

（４）　$(\boxed{\quad\quad})\times(5a+b-3)=-20a-4b+12$

（５）　$(-3m)\times(\boxed{\quad\quad\quad\quad})=21am-15bm^2+9m$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜準備問題・解答＞

$\boxed{1}$

（1）　$3\times5\times7$　　（2）　2×5^2　　（3）　$2^4\times3$　　（4）　3^5　　（5）　$2^2\times3^2\times11$

【解説】

（１）
3) 105
5) 35
　　 7

（２）
2) 50
5) 25
　　 5

（３）
2) 48
2) 24
2) 12
2) 6
　　 3

（４）
3) 243
3) 81
3) 27
3)   9
　　 3

（５）
2) 396
2) 198
3) 99
3) 33
　　11

$\boxed{2}$

（1）　$5y$　　（2）　$5a^2$　　（3）　$-4bc$

（4）　-4　　（5）　$-7a+5bm-3$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」<基本問題①>

組　　番　名前

$\boxed{1}$　次の式を因数分解しなさい。

（１）　$ab+ay$

（２）　$3x^2+xy$

（３）　$9ax^2-6a^2y$

（４）　$6x^2yz-2xyz^2+4xy^2z$

$\boxed{2}$　次の式を因数分解しなさい。

（１）　x^2+4x+3

（２）　$x^2-7x+10$

（３）　$x^2-3x-10$

（４）　x^2+x-56

（５）　$x^2+14x+49$

（６）　$x^2-8x+16$

（７）　$x^2-x+\frac{1}{4}$

（８）　y^2-81

（９）　$1-a^2$

(10)　$x^2-\frac{1}{25}$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題①・解答＞

$\boxed{1}$

（1）　$a(b+y)$　　（2）　$x(3x+y)$

（3）　$3a(3x^2-2ay)$　　（4）　$2xyz(3x-z+2y)$

$\boxed{2}$

（1）　$(x+1)(x+3)$　　（2）　$(x-2)(x-5)$

（3）　$(x-5)(x+2)$　　（4）　$(x+8)(x-7)$

（5）　$(x+7)^2$　　（6）　$(x-4)^2$

（7）　$(x-\frac{1}{2})^2$　　（8）　$(y+9)(y-9)$

（9）　$(1+a)(1-a)$　　（10）　$(x+\frac{1}{5})(x-\frac{1}{5})$

【解説】

（1）～（4）　公式$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$を利用する。

（5）～（7）　公式$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　と　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$を利用する。

（8）～（10）　公式$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$を利用する。

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題②＞

組　　　番　　名前

$\boxed{1}$　次の式を因数分解しなさい。

（１）　$\chi^2-\chi y-12y^2$

（２）　$9\chi^2-6\chi y+y^2$

（３）　$25a^2-36b^2$

$\boxed{2}$　次の式を因数分解しなさい。

（１）　$2a\chi^2+4a\chi-30a$

（２）　χ^2y-9y

$\boxed{3}$　次の式を因数分解しなさい。

（１）　$a(2\chi+3y)-2b(2\chi+3y)$

（２）　$(\chi-1)^2+6(\chi-1)-27$

（３）　$ab-b-2a+2$

（４）　$a^2-6a+9-b^2$

（５）　$a^2+2ab+b^2+8a+8b+7$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜基本問題②・解答＞

1 (1) $(x+3y)(x-4y)$　(2) $(3x-y)^2$　(3) $(5a+6b)(5a-6b)$

【解説】

(1) $x^2-xy-12y^2=x^2+(3y-4y)x+3y\times(-4y)$
$=(x+3y)(x-4y)$

(2) $9x^2-6xy+y^2=(3x)^2-2\times y\times 3x+y^2$
$=(3x-y)^2$

(3) $25a^2-36b^2=(5a)^2-(6b)^2$
$=(5a+6b)(5a-6b)$

2 (1) $2a(x+5)(x-3)$　(2) $y(x+3)(x-3)$

【解説】

(1) $2ax^2+4ax-30a=2a(x^2+2x-15)$
$=2a(x+5)(x-3)$

(2) $x^2y-9y=y(x^2-9)$
$=y(x+3)(x-3)$

3

(1) $(2x+3y)(a-2b)$　(2) $(x+8)(x-4)$
(3) $(a-1)(b-2)$　(4) $(a-3+b)(a-3-b)$
(5) $(a+b+1)(a+b+7)$

【解説】

(1) $2x+3y=A$とおく。
$a(2x+3y)-2b(2x+3y)=aA-2bA$
$=A(a-2b)$
$=(2x+3y)(a-2b)$

(2) $x-1=A$とおく。
$(x-1)^2+6(x-1)-27=A^2+6A-27$
$=(A+9)(A-3)$
$=\{(x-1)+9\}\{(x-1)-3\}$
$=(x+8)(x-4)$

(3) $ab-b-2a+2=(ab-b)+(-2a+2)$
$=b(a-1)-2(a-1)$
$=(a-1)(b-2)$

(4) $a^2-6a+9-b^2=(a^2-6a+9)-b^2$
$=(a-3)^2-b^2$
$=\{(a-3)+b\}\{(a-3)-b\}$
$=(a-3+b)(a-3-b)$

(5) $a^2+2ab+b^2+8a+8b+7$
$=(a^2+2ab+b^2)+(8a+8b)+7$
$=(a+b)^2+8(a+b)+7=\{(a+b)+1\}\{(a+b)+7\}$
$=(a+b+1)(a+b+7)$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題①＞

組　　　番　　名前

1　次の式の値を求めなさい。

（１）　$a=75$，$b=25$のとき，a^2-b^2の値

（２）　$a=\dfrac{7}{6}$，$b=\dfrac{5}{4}$のとき，$(3a+2b)^2-(3a-2b)^2$　の値

（３）　$a=175$，$b=27$のとき，$(a+b)^2-4(a+b)+4$　の値

（４）　$a=75$，$b=22$のとき，$a^2+2ab+b^2-9$の値

2　次の式を工夫して計算をしなさい。（途中の計算も書きなさい。）

（１）65^2-35^2

（２）$7.5^2\times3.14-2.5^2\times3.14$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題①・解答＞

1

（1）　５０００　（2）３５　（3）４００００　（4）９４００

【解説】

（1）　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=(75+25)(75-25)$

$=100\times50$

$=5000$

（2）　$(3a+2b)^2-(3a-2b)^2$　　（1）と同様の因数分解の考え方！

$=\{(3a+2b)+(3a-2b)\}\times\{(3a+2b)-(3a-2b)\}$

$=6a\times4b$

$=24ab$

$=24\times\dfrac{7}{6}\times\dfrac{5}{4}$

$=35$

（3）　$(a+b)^2-4(a+b)+4=\{(a+b)-2\}^2$

$=(175+27-2)^2$

$=200^2$

$=40000$

（4）　$a^2+2ab+b^2-9=(a^2+2ab+b^2)-9$

$=(a+b)^2-3^2$

$=\{(a+b)+3\}\{(a+b)-3\}$

$=(a+b+3)(a+b-3)$

$=(75+22+3)(75+22-3)$

$=100\times94$

$=9400$

（1）３０００　（2）１５７

【解説】

（1）　$65^2-35^2=(65+35)(65-35)$

$=100\times30$

$=3000$

（2）　$7.5^2\times3.14-2.5^2\times3.14=(7.5^2-2.5^2)\times3.14$

$=(7.5+2.5)(7.5-2.5)\times3.14$

$=10\times5\times3.14$

$=157$

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」＜応用問題②＞

組　　　番　　名前

$\boxed{1}$　２けたの自然数Ａと，その自然数の十の位の数字と一の位の数字を入れ替えた自然数Ｂがあります。それぞれの自然数を２乗してから差をとると４９５になりました。この２つの自然数を求めなさい。ただし，Ａ＞Ｂとします。

$\boxed{2}$　太郎君は「連続する２つの偶数の積に１を加えた数は奇数の２乗になる。」ことを証明しようとして，次のように途中まで書きました。しかし，この途中まで書いた証明には誤りがあります。
　このことについて，次の問いに答えなさい。

【証明】　ｎを整数とすると，連続する２つの偶数はｎ，ｎ＋２と表される。
このとき，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，

$$n(n+2)+1=n^2+2n+1$$
$$=$$

（１）太郎君の誤りは何か説明しなさい。

（２）誤りを訂正し，正しい証明を書きなさい。

数学３　１章　式の展開と因数分解「因数分解」<応用問題②・解答>

$\boxed{1}$　３２ と ２３

【解説】

２けたの自然数Ａを$10a+b$とすると，
十の位と一の位の数字を入れ替えた自然数Ｂは$10b+a$と表される。
よって，

$$\begin{aligned} A^2-B^2 &= (10a+b)^2-(10b+a)^2 \\ &= \{(10a+b)+(10b+a)\}\{(10a+b)-(10b+a)\} \\ &= (11a+11b)(9a-9b) \\ &= 11(a+b)\times 9(a-b) \\ &= 99(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

したがって，$99(a+b)(a-b)=495$
両辺を９９で割って　$(a+b)(a-b)=5$
ａ，ｂは自然数だから$a+b>a-b$
また，５は素数より，$a+b=5$，$a-b=1$となる。
これを解いて　$a=3$，$b=2$
これは問題に適している。
２つの自然数は３２と２３である。

$\boxed{2}$

（１）１行目の「連続する２つの偶数はｎ，ｎ＋２と表される。」が誤り。
偶数は２の倍数といえるので，
「ｎを整数とすると，連続する２つの偶数は$\underline{2n,\ 2n+2}$と表せる。」

（２）

【証明】　ｎを整数とすると，連続する２つの偶数は２ｎ，２ｎ＋２と表せる。
このとき，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，

$$\begin{aligned} 2n(2n+2)+1 &= 4n^2+4n+1 \\ &= (2n+1)^2 \qquad \leftarrow \text{因数分解} \end{aligned}$$

ｎは整数なので，２ｎ＋１は奇数である。
よって，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は奇数の２乗になる。