

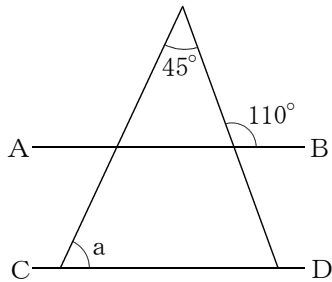
数学3 5章 図形と相似 「相似な図形」 <準備問題①>

組 番 名前

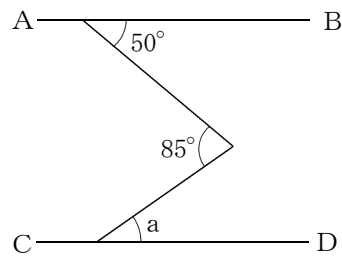
① 三角形の合同条件を書きなさい。

② 次の図で、 $AB \parallel CD$ のとき、次の問いに答えなさい。

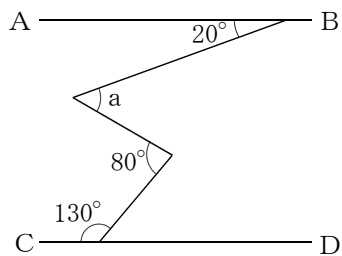
(1) $\angle a$ の大きさを求めなさい。



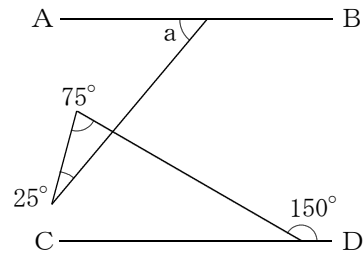
(2) $\angle a$ の大きさを求めなさい。



(3) $\angle a$ の大きさを求めなさい。



(4) $\angle a$ の大きさを求めなさい。



1

- 3組の辺がそれぞれ等しい ※順序は問わない。
- 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。
- 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

2

- (1) $\angle a = 65^\circ$ (2) $\angle a = 35^\circ$ (3) $\angle a = 50^\circ$ (4) $\angle a = 50^\circ$

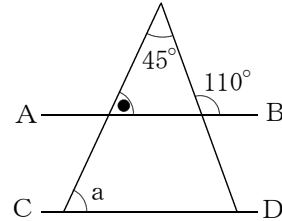
【解説】

(1) 三角形の外角の性質より

$$\angle \bullet = 110^\circ - 45^\circ = 65^\circ$$

$AB \parallel CD$ により、同位角が等しいので

$$\angle a = \angle \bullet = 65^\circ$$



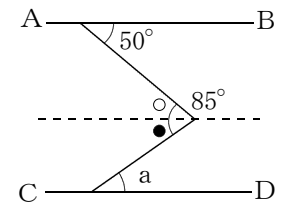
(2) 85° の角の頂点を通り、直線ABに平行な直線をひく。

錯角が等しいので、

$$\angle \circ = 50^\circ$$

$$\angle \bullet = 85^\circ - 50^\circ = 35^\circ$$

したがって、 $\angle a = 35^\circ$



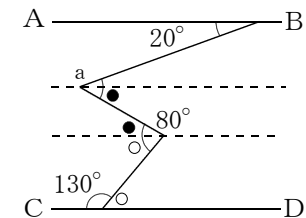
(3) $\angle a$ の頂点、 80° の角の頂点のそれぞれを通り、直線ABに平行な直線をひく。

錯角が等しいので、

$$\angle \circ = 50^\circ$$

$$\angle \bullet = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

$$\angle a = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$$



(4) $\angle \bullet = 180^\circ - (75^\circ + 25^\circ)$

$$= 180^\circ - 100^\circ$$

$$= 80^\circ$$

$$\angle \circ = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

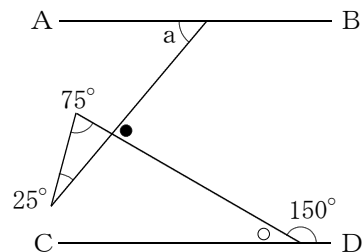
$$\angle \bullet = \angle a + \angle \circ$$

よって、

$$80^\circ = \angle a + 30^\circ$$

したがって、

$$\angle a = 50^\circ$$



数学3 5章 図形と相似 「相似な図形」 <準備問題②>

組 番 名前

1 次の χ の値を求めなさい。

(1) $2 : 5 = \chi : 15$

(2) $\chi : 2 = 5 : 4$

(3) $\chi : 2 = 3 : 5$

(4) $\chi : 5 = (\chi - 6) : 3$

2 右の図のように、二等辺三角形ABCで∠Aの二等分線と底辺BCとの交点をDとします。線分AD上に点Pをとると、

$$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$$

となります。

これを次のように証明しました。□ をうめて証明を完成させなさい。

(証明)

△ABPと△ACPにおいて

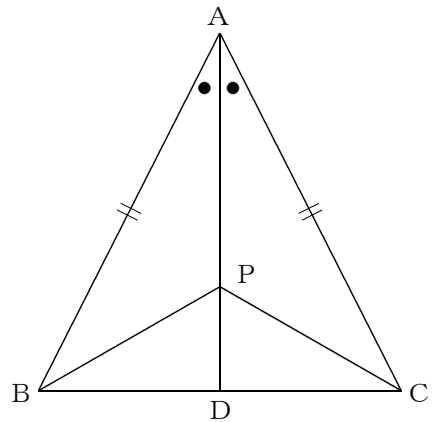
△ABCは二等辺三角形より、 $AB = \text{⑦}$ ……①

仮定より、 $\angle BAP = \angle \text{⑧}$ ……②

また、APは ⑨ ……③

①, ②, ③より、 ⑩ がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABP \equiv \triangle ACP$$



1

- (1) $x = 6$ (2) $x = \frac{5}{2}$ (3) $x = \frac{6}{5}$ (4) $x = 15$

【解説】

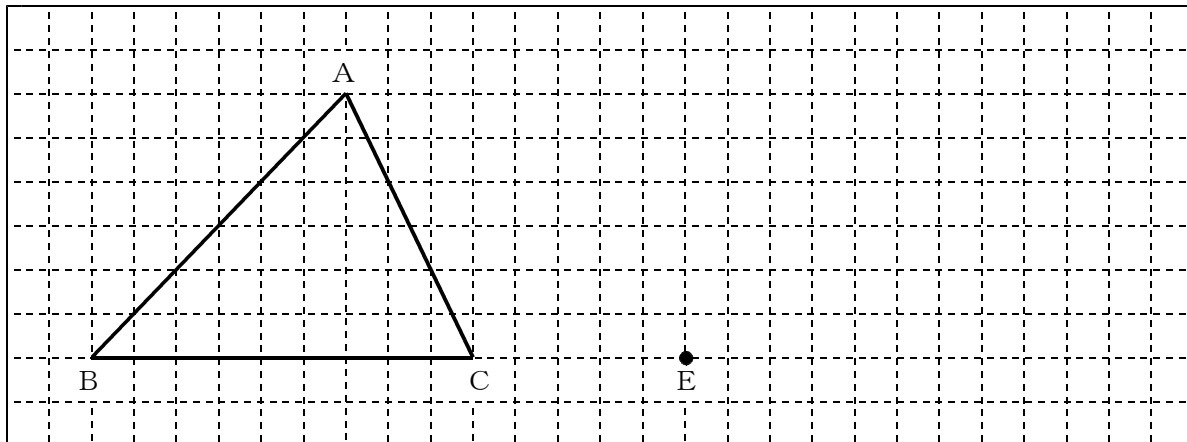
外側の2数の積と内側の2数の積は等しくなるので

<p>(1) $\begin{array}{l} \overbrace{2 \times 15} \\ 2 : 5 = x : 15 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 5 \times x \end{array}$</p> <p style="margin-left: 100px;">$5x = 30$ $x = 6$</p>	<p>(2) $\begin{array}{l} \overbrace{x \times 4} \\ x : 2 = 5 : 4 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 2 \times 5 \end{array}$</p> <p style="margin-left: 100px;">$4x = 10$ $x = \frac{10}{4}$ $x = \frac{5}{2}$</p>
<p>(3) $\begin{array}{l} \overbrace{x \times 5} \\ x : 2 = 3 : 5 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 2 \times 3 \end{array}$</p> <p style="margin-left: 100px;">$5x = 6$ $x = \frac{6}{5}$</p>	<p>(4) $\begin{array}{l} \overbrace{x \times 3} \\ x : 5 = (x - 6) : 3 \\ \underbrace{\hspace{2.5cm}} \\ 5 \times (x - 6) \end{array}$</p> <p style="margin-left: 100px;">$5(x - 6) = 3x$ $5x - 30 = 3x$ $5x - 3x = 30$ $2x = 30$ $x = 15$</p>

2

- ㉞ AC ㉟ CAP ㊱ 共通 ㊲ 2組の辺とその間の角

① $\triangle ABC$ の $\triangle DEF$ であり、 $AB : DE = 3 : 2$ となるように $\triangle DEF$ を下の図にかきなさい。



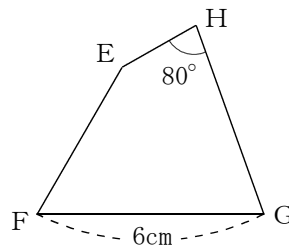
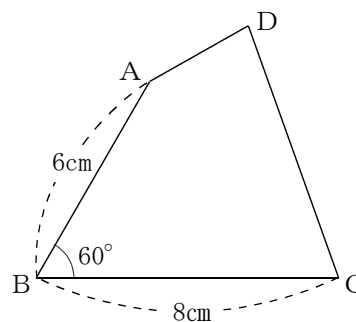
② 次の図で、四角形 $ABCD$ の四角形 $EFGH$ です。次の問いに答えなさい。

(1) 辺 BC に対応する辺を答えなさい。

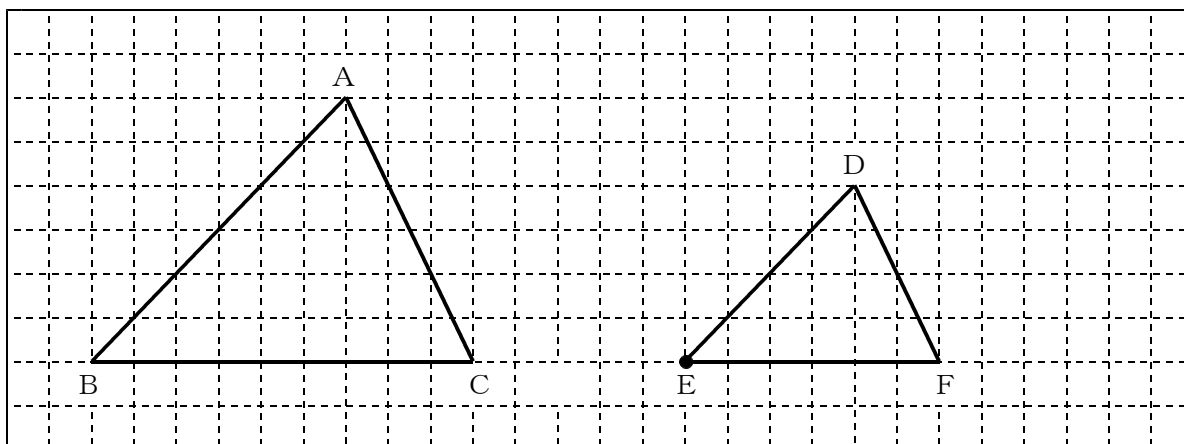
(2) 四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の相似比を求めなさい。

(3) 辺 EF の長さを求めなさい。

(4) $\angle A + \angle C$ の大きさを求めなさい。



1



2

- (1) 辺FG (2) 4 : 3 (3) $\frac{9}{2}$ cm (4) 220°

【解説】

(2) $BC : FG = 8 : 6$ なので、
相似比は、4 : 3

(3) $AB : EF = 4 : 3$
 $6 : EF = 4 : 3$
 $4EF = 18$
 $EF = \frac{18}{4}$

$EF = \frac{9}{2}$

(4) $\angle D = \angle H = 80^\circ$

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$\angle A + 60^\circ + \angle C + 80^\circ = 360^\circ$

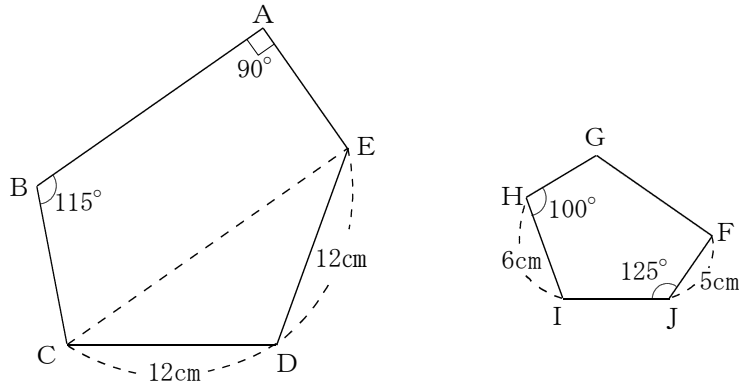
$\angle A + \angle C + 140^\circ = 360^\circ$

$\angle A + \angle C = 360^\circ - 140^\circ$

よって、

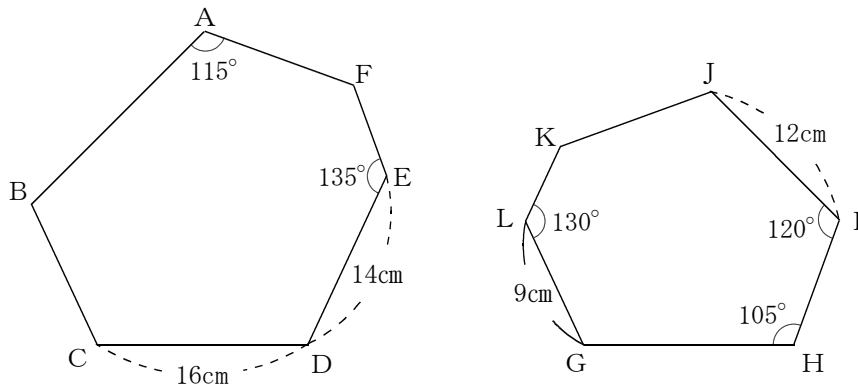
$\angle A + \angle C = 220^\circ$

1 次の図で、五角形 $ABCDE$ と五角形 $F G H I J$ です。下の問いに答えなさい。



- (1) 五角形 $ABCDE$ と五角形 $F G H I J$ の相似比を求めなさい。
- (2) 辺 AE の長さを求めなさい。
- (3) $\angle F$ の大きさを求めなさい。
- (4) $\angle CED$ の大きさを求めなさい。

2 次の図で、六角形 $ABCDEF$ と六角形 $G H I J K L$ です。次の問いに答えなさい。



- (1) 六角形 $ABCDEF$ と六角形 $G H I J K L$ の相似比を求めなさい。
- (2) 辺 AF の長さを求めなさい。
- (3) 辺 JK の長さを求めなさい。
- (4) $\angle D$ の大きさを求めなさい。

1

- (1) 2 : 1 (2) 10 cm (3) 90° (4) 35°

【解説】

- (1) $CD : HI = 12 : 6$ なので、
相似比は、2 : 1
- (2) $AE : FJ = 2 : 1$
 $AE : 5 = 2 : 1$
 $AE = 10$
- (4) $\angle C = \angle H = 100^\circ$
 $\angle E = \angle J = 125^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ$
 $90^\circ + 115^\circ + 100^\circ + \angle D + 125^\circ = 540^\circ$
 $\angle D + 430^\circ = 540^\circ$
 $\angle D = 540^\circ - 430^\circ$
 $\angle D = 110^\circ$
 $\triangle CED$ は二等辺三角形なので、
 $\angle CED = (180^\circ - 110^\circ) \div 2$
 $= 70^\circ \div 2$
 $= 35^\circ$

2

- (1) 4 : 3 (2) 12 cm (3) $\frac{21}{2}$ cm (4) 115°

【解説】

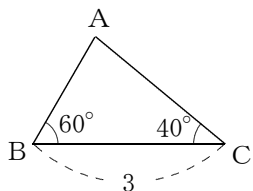
- (1) $CD : IJ = 16 : 12$ なので、
相似比は、4 : 3
- (2) $AF : GL = 4 : 3$
 $AF : 9 = 4 : 3$
 $3AF = 36$
 $AF = 12$
- (3) $DE : JK = 4 : 3$
 $14 : JK = 4 : 3$
 $4JK = 42$
 $JK = \frac{42}{4}$
 $JK = \frac{21}{2}$
- (4) $\angle B = \angle H = 105^\circ$
 $\angle C = \angle I = 120^\circ$
 $\angle F = \angle L = 130^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 720^\circ$
 $115^\circ + 105^\circ + 120^\circ + \angle D + 135^\circ + 130^\circ = 720^\circ$
 $\angle D + 605^\circ = 720^\circ$
 $\angle D = 115^\circ$

数学3 5章 図形と相似 「相似な図形」 <基本問題③>

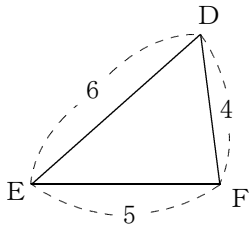
組 番 名前

1 次の①～⑦の図で、相似な三角形はどれとどれですか。また、そのときの相似条件をいいなさい。

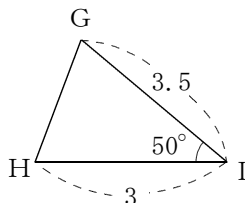
①



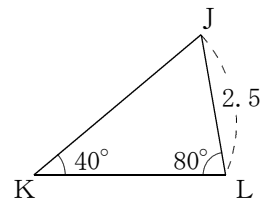
②



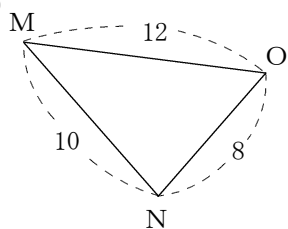
③



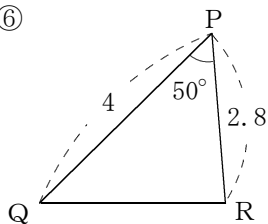
④



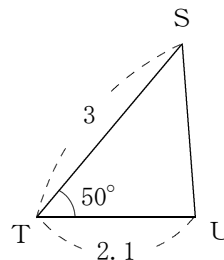
⑤



⑥

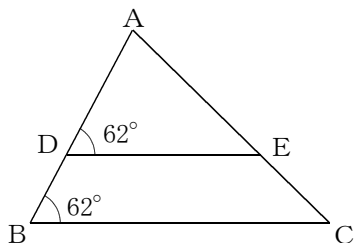


⑦

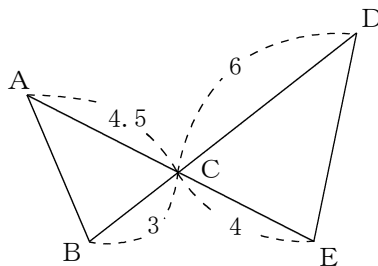


2 下の各図で、相似な三角形を記号のを使って表しなさい。また、そのときの相似条件をいいなさい。

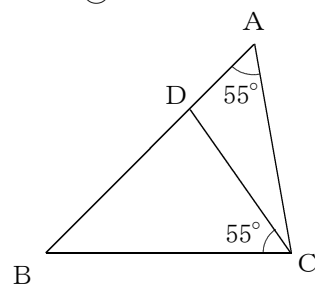
①



②



③



数学3 5章 図形と相似 「相似な図形」 <基本問題③・解答>

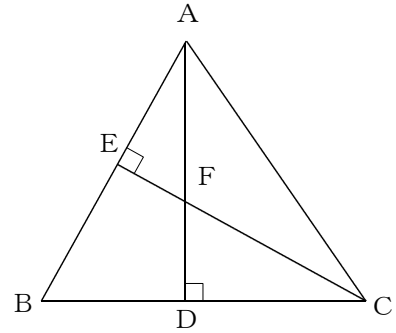
1

- ①と④ (2組の角がそれぞれ等しい)
- ②と⑤ (3組の辺の比がすべて等しい)
- ⑥と⑦ (2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい)

2

- ① $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (2組の角がそれぞれ等しい)
 - ② $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい)
 - ③ $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (2組の角がそれぞれ等しい)
- ※ 各頂点が対応していればよい。

- ① 右の図の△ABCにおいて、2点A, Cから
 辺BC, ABにそれぞれ垂線AD, CEを引きます。
 AD, CEの交点をFとすると、
 △AFE∽△CBE です。
 これを、次のように証明しました。 を
 うめて証明を完成させなさい。
 (証明) △AFEと△CFDにおいて、



仮定より、 $\angle AEF = \angle$ $= 90^\circ \dots\dots ①$

対頂角は等しいから、 $\angle AFE = \angle$ $\dots\dots ②$

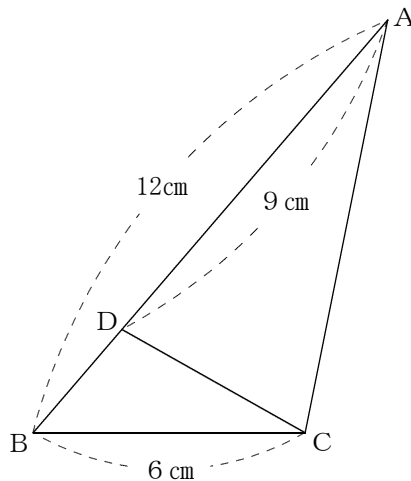
①, ②より、 $\angle FAE = \angle FCD \dots\dots ③$

また、△AFEと△CBEにおいて、

仮定より、 $\angle AEF = \angle$ $= 90^\circ \dots\dots ④$

③, ④より、 がそれぞれ等しいから
 △AFE∽△CBE

- ② 右の図の△ABCにおいて、
 △ABC∽△CBD
 であることを証明しなさい。



数学3 5章 図形と相似 「相似な図形」 <基本問題④・解答>

1

- ㉞ CDF ㉟ CFD ㊱ CEB ㊲ 2組の角

2

【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle CBD$ において、

$$AB : CB = 12 : 6 = 2 : 1 \quad \dots\dots ①$$

$$BD = 12 - 9 = 3$$

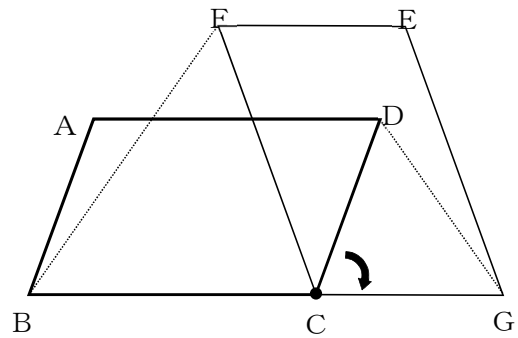
$$BC : BD = 6 : 3 = 2 : 1 \quad \dots\dots ②$$

また、共通な角だから $\angle ABC = \angle CBD \quad \dots\dots ③$

①, ②, ③より2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

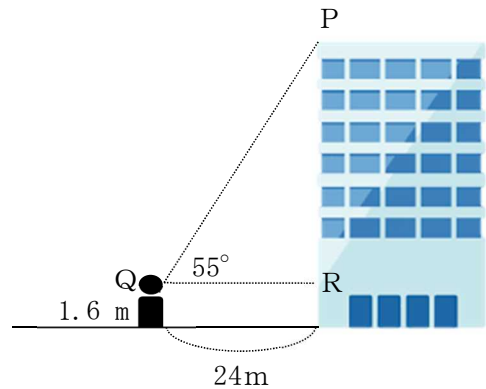
- 1 次の図のように、平行四辺形 $ABCD$ を点 C を中心に時計回りに回転させ、点 D が辺 BC の延長上の点 G にくるようにすると、2点 A, B は、それぞれ点 E, F に移動しました。

このとき、 $\triangle BFC \cong \triangle DGC$ であることを証明しなさい。



- 2 Aさんは家の近くにあるビルの高さを、縮図をかいて調べることにしました。そのために、Aさんがビルから 24 m 離れた地点から屋上を見上げたところ、その角度は 55° であることがわかりました。Aさんの目の高さが 1.6 m のとき、縮図をかいて、ビルの高さを求めたいと思います。

このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) Aさんは、 QR に対応する辺 $Q'R'$ を 4 cm として縮図 $\triangle P'Q'R'$ をかきました。そのあと、どのようにしてビルの高さを求めるのか説明しなさい。
- (2) 実際に縮図をかいて、ビルの高さを求めなさい。

1

【証明】

$\triangle BFC$ と $\triangle DGC$ において,

$$BC = FC \quad \dots\dots\textcircled{1}$$

$$DC = GC \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より } BC : DC = FC : GC \quad \dots\dots\textcircled{3}$$

また, 図より回転させた角度は同じであるから

$$\angle BCF = \angle DCG \quad \dots\dots\textcircled{4}$$

$\textcircled{3}, \textcircled{4}$ より, 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから,

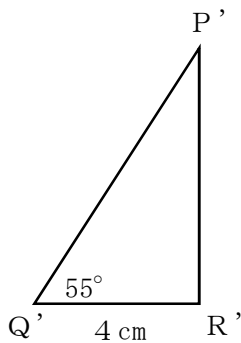
$$\triangle BFC \sim \triangle DGC$$

*別解あり

2

- (1) $Q'R' = 4 \text{ cm}$ だから、 $\triangle P'Q'R'$ は、 $\triangle PQR$ を600分の1の縮尺でかいた図なので、 $P'R'$ を実際に測り、その値を600倍して、長さの単位をcmからmに直した値を求める。最後に、その値にAさんの目の高さ分の1.6mをたせば求めることができる。

(2)



左図のように縮尺600分の1で、
 $\angle R' = 90^\circ$ の直角三角形 $P'Q'R'$
 を書き、 $P'R'$ を実測すると、
 $P'R' = 5.6 \text{ cm}$ である。
 $5.6 \times 600 = 3360 (\text{cm})$
 この単位をmに直すと33.6m
 この値にAさんの目の高さ分の1.6mをたすと
 $33.6 + 1.6 = 35.2$

答え 35.2m

数学3 5章 図形と相似 「平行線と線分の比」 <準備問題>

組 番 名前

① 平行四辺形の定義を書きなさい。

② 四角形が平行四辺形であるための条件が3つ書いてあります。あと2つ、条件を書きなさい。

- ・ 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。
- ・ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
- ・ 1組の向かい合う辺が等しくて平行である。

- ・

- ・

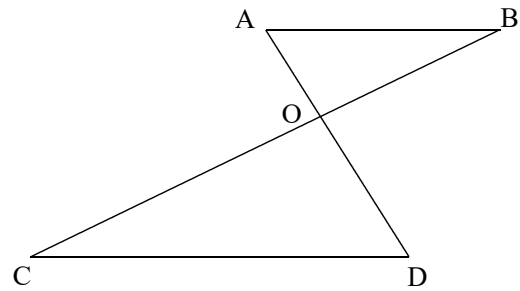
③ 次の図で、 $AB \parallel CD$ のとき、

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC$$

です。

これを次のように証明しました。

をうめて、証明を完成させなさい。



(証明)

$\triangle AOB$ と $\triangle DOC$ において、

仮定より、 $AB \parallel CD$ であるから は等しいので、

$$\angle ABO = \angle DCO \quad \dots\dots\dots ①$$

対頂角は等しいから、 $\angle AOB = \angle$ $\dots\dots\dots ②$

①, ②より、 から、

$$\triangle AOB \sim \triangle DOC$$

数学3 5章 図形と相似 「平行線と線分の比」 <準備問題・解答>

①

2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形

②

2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

※順序は問わない。

対角線がそれぞれの中点で交わる。

③

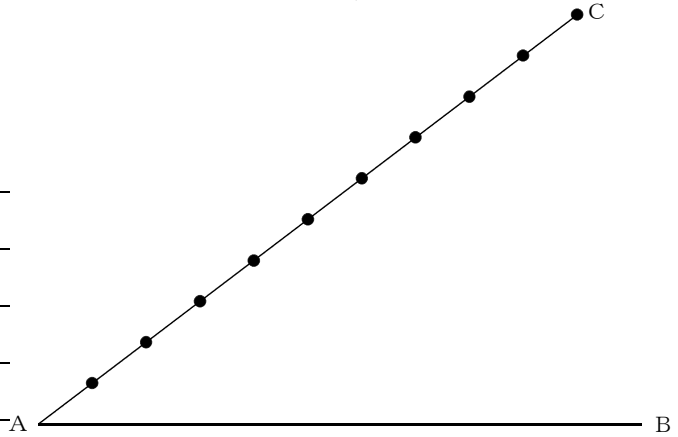
㉞ 錯角

㉟ DOC

㊦ 2組の角がそれぞれ等しい

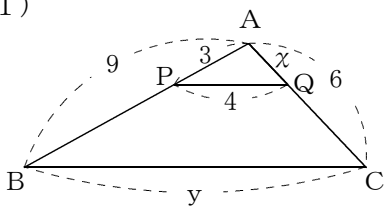
- ① 次の図で、線分AB上にありABを5:2の比に分ける点Pを、線分AC(10等分してあります)を利用して求めるには、どのようにすればよいか説明しなさい。また、下の図に三角定規を使ってかきなさい。

【説明】

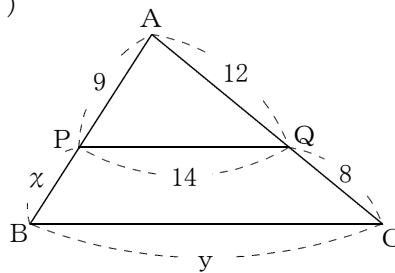


- ② 次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。

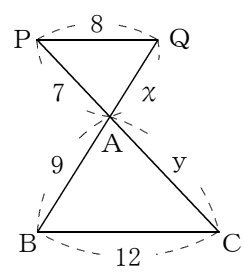
(1)



(2)

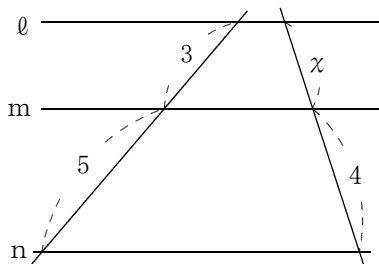


(3)

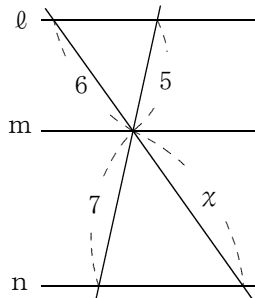


- ③ 次の図で、 $l \parallel m \parallel n$ であるとき、 x の値を求めなさい。

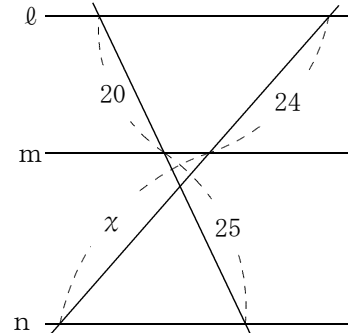
(1)



(2)



(3)

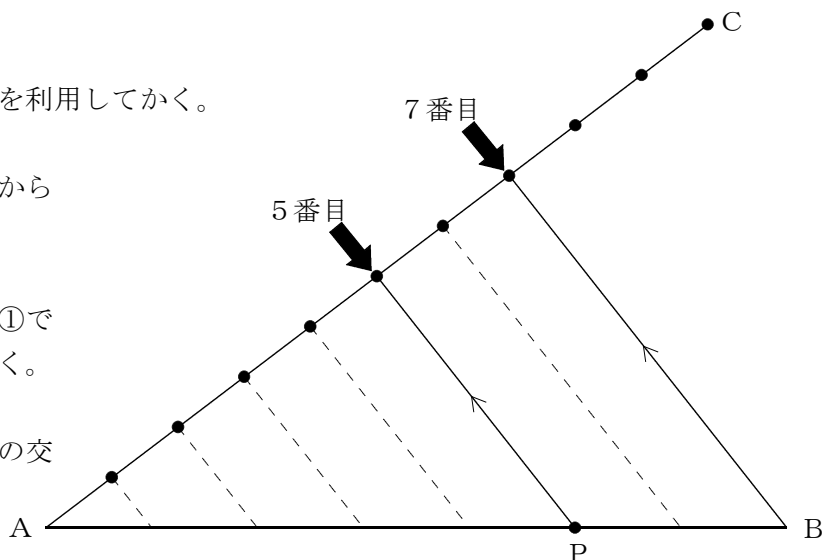


数学3 5章 図形と相似 「平行線と線分の比」 <基本問題①・解答>

1

【説明】 ※ 平行線は、三角定規を利用してかく。

- ① 図のように線分AC上で点Aから7番目の点と点Bを結ぶ。
- ② 点Aから5番目の点を通り、①でひいた線分と平行な線分をひく。
- ③ ②でひいた線分と線分ABとの交点が求める点Pとなる。



2

- (1) $x = 2, y = 12$ (2) $x = 6, y = \frac{70}{3}$
- (3) $x = 6, y = \frac{21}{2}$

【解説】

<p>(1) $3 : 9 = x : 6$ $9x = 18$ $x = 2$</p>	<p>$3 : 9 = 4 : y$ $3y = 36$ $y = 12$</p>
<p>(2) $9 : x = 12 : 8$ $12x = 72$ $x = 6$</p>	<p>$14 : y = 12 : 20$ $12y = 280$ $y = \frac{70}{3}$</p>
<p>(3) $x : 9 = 8 : 12$ $12x = 72$ $x = 6$</p>	<p>$7 : y = 8 : 12$ $8y = 84$ $y = \frac{21}{2}$</p>

3

- (1) $x = \frac{12}{5}$ (2) $x = \frac{42}{5}$ (3) $x = 30$

【解説】

<p>(1) $3 : 5 = x : 4$ $5x = 12$ $x = \frac{12}{5}$</p>	<p>(2) $6 : x = 5 : 7$ $5x = 42$ $x = \frac{42}{5}$</p>	<p>(3) $24 : x = 20 : 25$ $20x = 600$ $x = 30$</p>
--	--	---

図1の△ABCで、∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとすると、

$AB : AC = BD : CD$ です。

(1) これを次のように証明しました。

をうめて、証明を完成させなさい。

(証明)

図2のように、点Cを通りADと平行な直線とBAを延長した直線との交点をEとする。

△ACEにおいて、

AD//ECから、 が等しいので

$\angle BAD = \angle AEC$ ……①

また、 が等しいので

$\angle DAC = \angle$ ……②

仮定より

$\angle BAD = \angle DAC$ ……③

①, ②, ③より $\angle AEC = \angle ACE$

これより、△ACEは二等辺三角形であるので

$AC = AE$ ……④

△BCEにおいて、

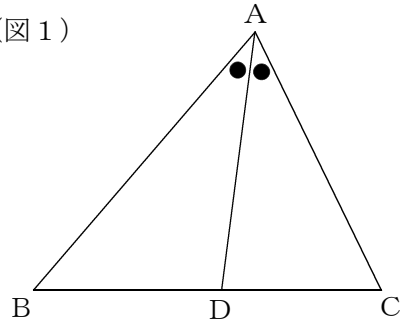
AD//ECから、平行線と線分の比の定理より

$BA : AE =$ ……⑤

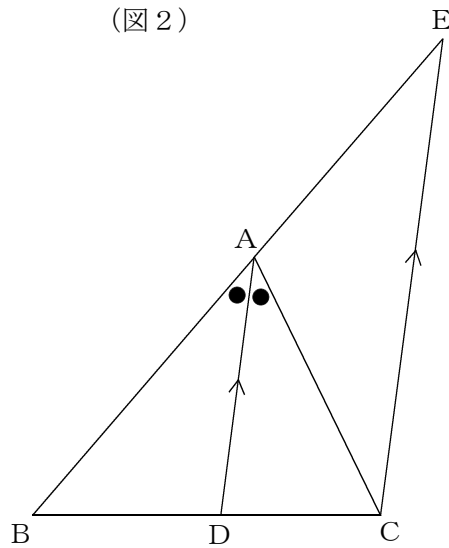
④, ⑤より

$AB : AC = BD : CD$

(図1)

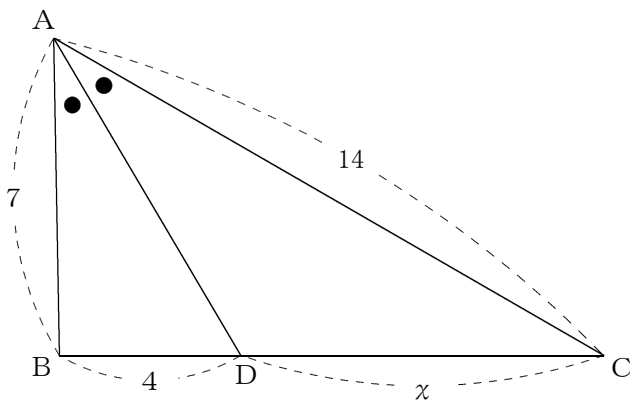


(図2)

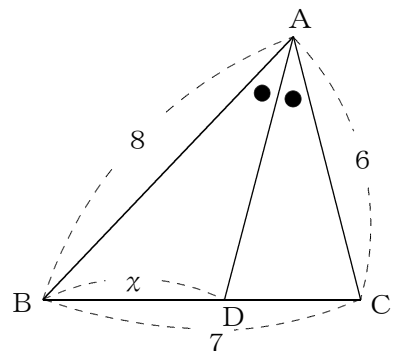


(2) 次の図で、 $\angle BAD = \angle CAD$ です。(1)の結論を利用して、 x の値を求めなさい。

①



②



数学3 5章 図形と相似 「平行線と線分の比」 <基本問題②・解答>

(1) ㉞ 同位角 ㉟ 錯角 ㊱ ACE ㊲ BD : DC

(2) ① $x = 8$ ② $x = 4$

【解説】

$$\begin{aligned} \text{① } 7 : 14 &= 4 : x \\ 7x &= 56 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } 8 : 6 &= x : (7 - x) \\ 6x &= 8(7 - x) \\ 6x &= 56 - 8x \\ 6x + 8x &= 56 \\ 14x &= 56 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

- ① 右の図の△ABCにおいて、 $BD : DC = 1 : 2$ ， $BF : FE = 3 : 2$ です。

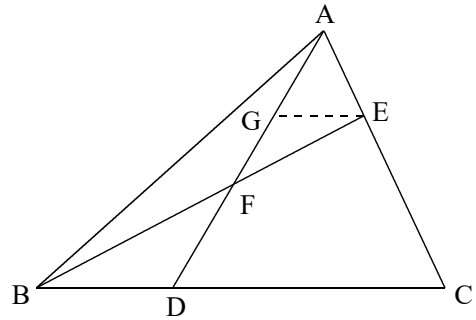
このとき、 $AE : EC = 1 : 2$ です。

これを次のように証明しました。

をうめて、証明を完成させなさい。

(証明)

点EからBCに平行な直線を引き、ADとの交点をGとする。



$GE \parallel BC$ なので、 $GE : DB = EF : \text{⑦} = 2 : \text{⑧} \dots\dots ①$

仮定より、 $BD : DC = 1 : 2 \dots\dots ②$

①、②より、 $GE : DC = 2 : \text{⑨} = 1 : \text{⑩}$

よって、 $AE : AC = 1 : \text{⑪}$

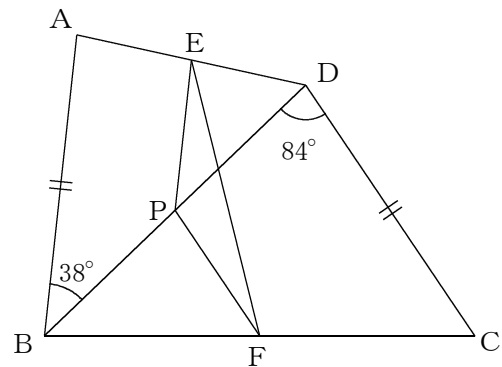
したがって、 $AE : EC = 1 : (3 - 1) = 1 : 2$

- ② 右の図の四角形ABCDにおいて、 $AB = CD = 8 \text{ cm}$ です。

辺ADの中点をE、辺BCの中点をF、対角線BDの中点をPとし、 $\angle ABD = 38^\circ$ 、 $\angle BDC = 84^\circ$ とします。

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 辺EPの長さを求めなさい。



- (2) $\angle PEF$ の大きさを求めなさい。

1

- ㉞ BF ㉟ 3 ㊱ 6 ㊲ 3

2

- (1) 4 cm (2) 23°

【解説】

(1) △DABにおいて

点E, Pがそれぞれ辺DA, DBの中点であるから, 中点連結定理より

$$EP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

(2) (1)より, $EP = \frac{1}{2} AB$ ……①

△BCDにおいても同様にして, $FP = \frac{1}{2} CD$ ……②

仮定より, $AB = CD$ ……③

①, ②, ③より, $EP = FP$

これより, △PEFは二等辺三角形である。

$$\angle EPF = \angle EPD + \angle FPD = 38^\circ + 96^\circ = 134^\circ \text{ であるから}$$

$$\angle PEF = (180^\circ - 134^\circ) \div 2 = 23^\circ$$

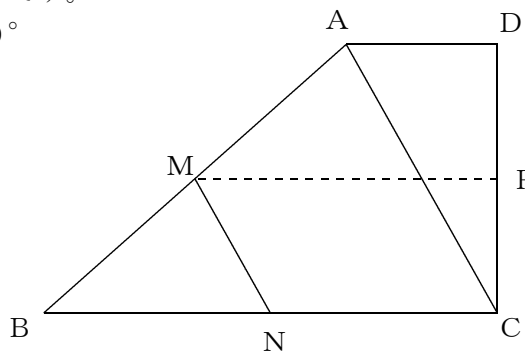
1 右の図は、ADとBCが平行な台形ABCDです。

$\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACD = 30^\circ$

$AD : BC = 1 : 3$ とします。

辺ABの中点をM, 辺CBの中点をNとし,
MとNを結んだら, 線分MNの長さが4cmで
した。

このとき, 次の問いに答えなさい。

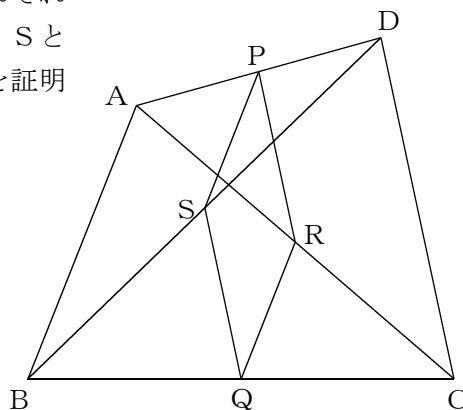


(1) $\angle MNB$ の大きさを求めなさい。

(2) 辺ADの長さを求めなさい。

(3) 辺DCの中点をPとするとき, 線分MPの長さを求めなさい。

2 右の四角形ABCDで, 辺AD, BCの中点をそれぞれ
P, Qとし, 対角線AC, BDの中点をそれぞれR, Sと
するとき, 四角形PSQRは平行四辺形であることを証明
しなさい。



1

- (1) 60° (2) 4 cm (3) 8 cm

【解説】

- (1) 仮定より, $\angle BCD = 90^\circ$, $\angle ACD = 30^\circ$ なので,
 $\angle ACB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 $\triangle ABC$ において,
 点M, Nがそれぞれ辺AB, CBの中点であるから, 中点連結定理より
 $MN \parallel AC$
 これより, 同位角が等しいので, $\angle MNB = \angle ACB = 60^\circ$
- (2) (1)より, $AC = 2MN = 8$
 $\triangle CAD$ は, $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$ であるから, 正三角形を半分に切った形である。
 このことから, $AD = \frac{1}{2}AC = 4$
- (3) (2)より, $AD = 4$
 $AD : BC = 1 : 3$ より, $BC = 12$
 点M, Pがそれぞれ辺AB, DCの中点であるから,
 $MP = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2} \times (4 + 12) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

2

【証明】

$\triangle ABC$ において,
 点Q, Rはそれぞれ辺BC, ACの中点であるから,
 中点連結定理より

$$RQ \parallel AB, \quad RQ = \frac{1}{2}AB \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

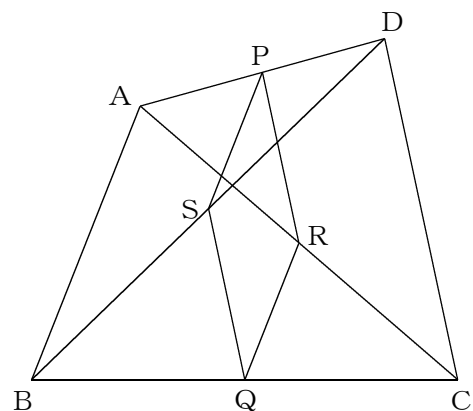
$\triangle ABD$ において, 同様にして

$$PS \parallel AB, \quad PS = \frac{1}{2}AB \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

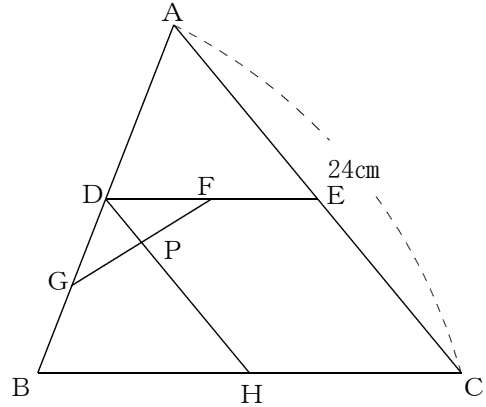
①, ②から,

$$RQ \parallel PS, \quad RQ = PS$$

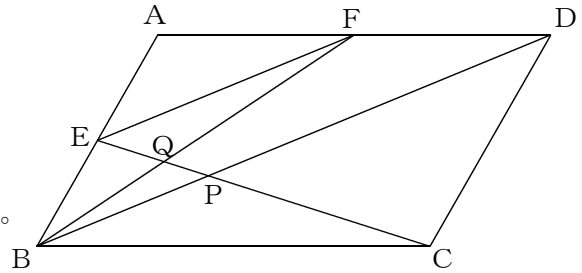
これより, 1組の向かい合う辺が平行で等しいから,
 四角形PSQRは平行四辺形である。



- ① 右の図の $\triangle ABC$ において、辺 AB の中点を D 、
 辺 AC の中点を E 、辺 DE の中点を F 、辺 DB の
 中点を G 、辺 BC の中点を H とします。
 $AC = 24\text{ cm}$ のとき、辺 DP の長さを求めなさい。



- ② 右の図の平行四辺形 $ABCD$ において、辺 AB 、
 AD の中点をそれぞれ E 、 F とし、対角線 BD と
 線分 CE の交点を P 、線分 CE と線分 BF の交点
 を Q とします。
 このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) $\triangle EFQ \sim \triangle PBQ$ であることを証明しなさい。

- (2) $PQ = 4\text{ cm}$ のとき、線分 PE の長さを求めなさい。

1

3 cm

【解説】

右の図のように、CBの延長とFGの延長との交点をIとする。

DF = a とすると、点Fは辺DEの中点であるから、

$$DE = 2a \quad \dots\dots ①$$

また、点D、Eはそれぞれ辺AB、ACの中点であるから、

中点連結定理より、

$$BC = 2DE \quad \dots\dots ②$$

①、②より、BC = 4a

点Hは辺BCの中点であるから、

$$BH = 2a \quad \dots\dots ③$$

DE // ICで、点Gは辺DBの中点であるから、 $\triangle DGF \equiv \triangle BGI$ となり、

$$IB = a \quad \dots\dots ④$$

③、④より、IH = 3a

また、 $\triangle DPF \sim \triangle HPI$ より、

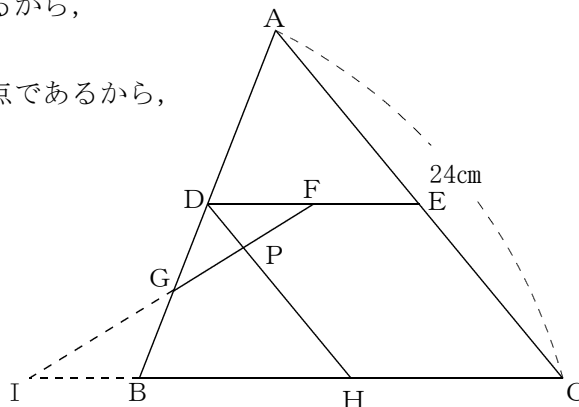
$$DP : HP = DF : HI = a : 3a = 1 : 3 \quad \dots\dots ⑤$$

点D、Hはそれぞれ辺BA、BCの中点であるから、中点連結定理より、

$$DH = \frac{1}{2} AC = 12 \quad \dots\dots ⑥$$

⑤、⑥より、

$$DP = \frac{1}{4} DH = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \quad (\text{cm})$$



【別解】

点D、E、Hは、それぞれ辺AB、AC、BCの中点であるから、

$$DE // BC \quad \dots\dots ① \quad DB // EH \quad \dots\dots ② \quad DH = \frac{1}{2} AC = 12 \text{ cm}$$

①②より 四角形DBHEは平行四辺形となる。

対角線の交点をQとすると、 $DQ = \frac{1}{2} DH = 6 \text{ cm}$

また、点F、Gは、それぞれ辺DE、DBの中点であるから、

$$GF // BE \quad DG : GB = DP : PQ = 1 : 1$$

よって $DP = \frac{1}{2} DQ = 3 \text{ cm}$

2

(1) 【証明】

$\triangle EFQ$ と $\triangle PBQ$ において、
 $\triangle ABD$ において、点E、Fはそれぞれ辺AB、ADの中点であるから、
 中点連結定理より、

$$EF // BD$$

これより、錯角が等しいので、 $\angle EFB = \angle DBF \dots\dots ①$

対頂角は等しいから、 $\angle FQE = \angle BQP \dots\dots ②$

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle EFQ \sim \triangle PBQ$$

*別解あり

(2) 10 cm

【解説】

右の図のように、
 CEを延長した直線とDAを延長した
 直線との交点をGとする。
 点Eが辺ABの中点であり、 $\triangle EBC$ と
 $\triangle EAG$ が合同であるから、

$$BC = AG \dots\dots ①$$

点Fが辺ADの中点であり、四角形ABCDは平行四辺形であるから、

$$AF : BC = 1 : 2 \dots\dots ②$$

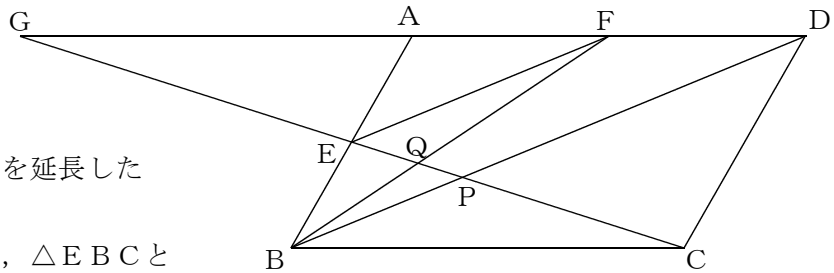
①、②より、 $BC : FG = QB : QF = 2 : 3$

また、 $\triangle EFQ \sim \triangle PBQ$ であるから、

$$QP : QE = 2 : 3$$

$PQ = 4$ cmであるので、 $QE = 6$ cm

よって、 $PE = 10$ cm



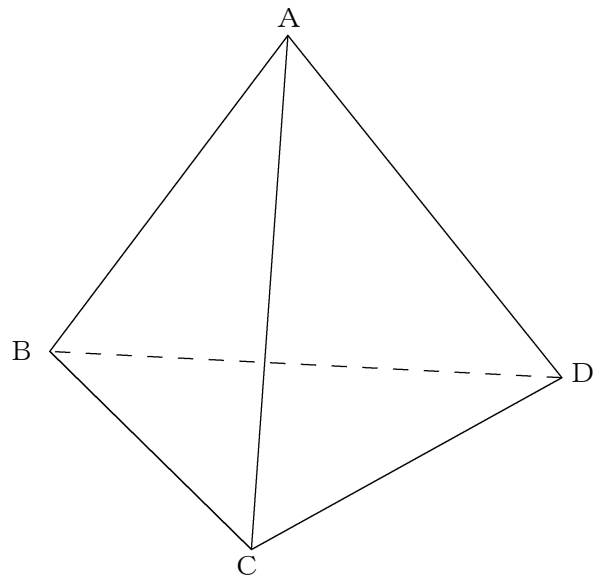
$BE = AE$
 $BC // GA$ より $\angle EBC = \angle EAG$ (錯角)
 $\angle BEC = \angle AEG$ (対頂角)
 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

① 次のア～エの中で、必ず相似といえるものをすべて選びなさい。

- ア 2つの五角柱
- イ 2つの円すい
- ウ 2つの正四面体
- エ 2つの立方体

② 点Oを相似の中心として三角すいABCDと相似比2 : 1となる三角すいA'B'C'D'をかきなさい。

O .



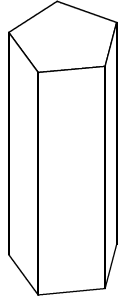
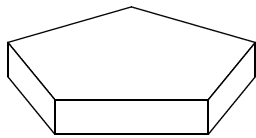
1

ウ と エ

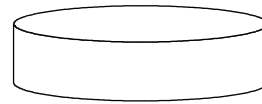
【解説】

反例（アやイは、次のような図形も考えられるので、相似な図形とはいえない。）

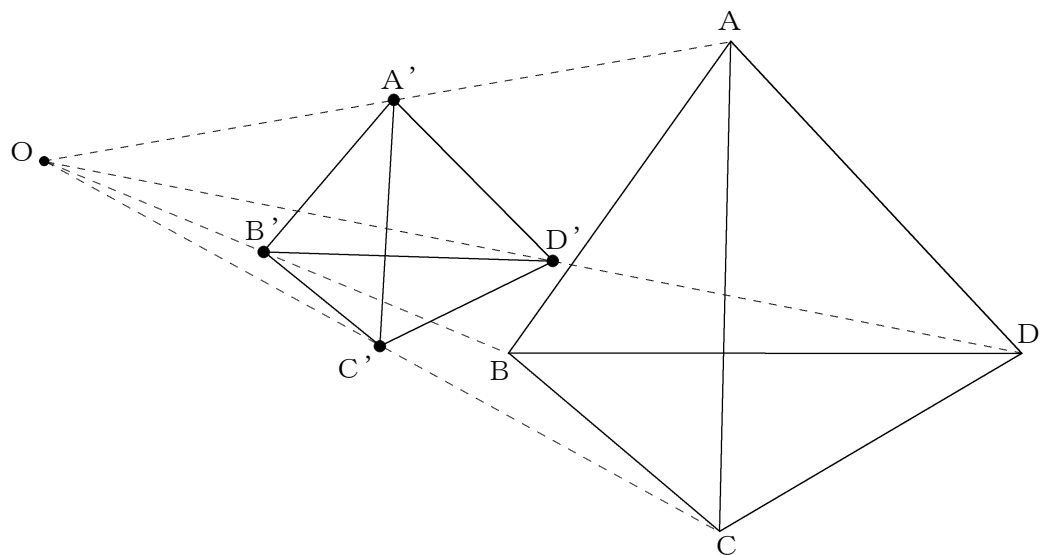
ア 五角柱



イ 円すい



2



$OA : OA' = OB : OB' = OC : OC' = OD : OD' = 2 : 1$ となるように、点A'、点B'、点C'、点D'をとって作図する。

数学3 5章 図形と相似 「相似な図形の計量」 <基本問題①>

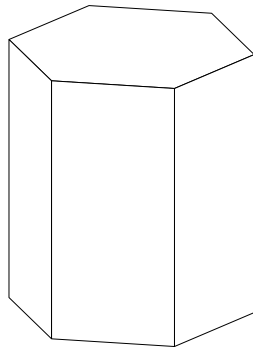
組 番 名前

① 四角形 $ABCD$ の面積が 15 cm^2 で、四角形 $ABCD$ の四角形 $EFGH$ で相似比が、 $1:3$ のとき、四角形 $EFGH$ の面積を求めなさい。

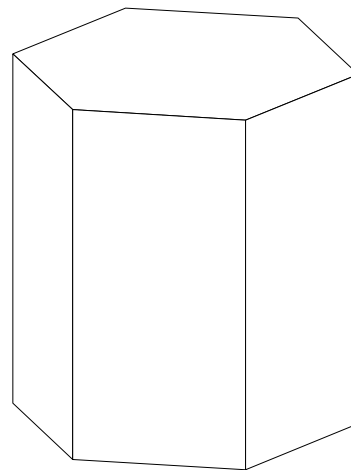
② 相似比が $3:4$ の正六角柱 A と正六角柱 B について、次の問いに答えなさい。

(1) 正六角柱 A の底面(正六角形)の周りの長さが 18 cm のとき、正六角柱 B の底面の周りの長さを求めなさい。

(2) 正六角柱 A の表面積が 324 cm^2 のとき、正六角柱 B の表面積を求めなさい。



正六角柱A



正六角柱B

1

$$135 \text{ cm}^2$$

【解説】

相似比が、 $1:3$ なので 面積比は $1:9$ になるので

四角形EFGHの面積は、 $15 \times 9 = 135$

$$135 \text{ cm}^2$$

2

(1) 24 cm

(2) 576 cm^2

【解説】

(1) 相似比が、 $3:4$ なので、

正六角柱Bの底面の周りの長さも、 $3:4$

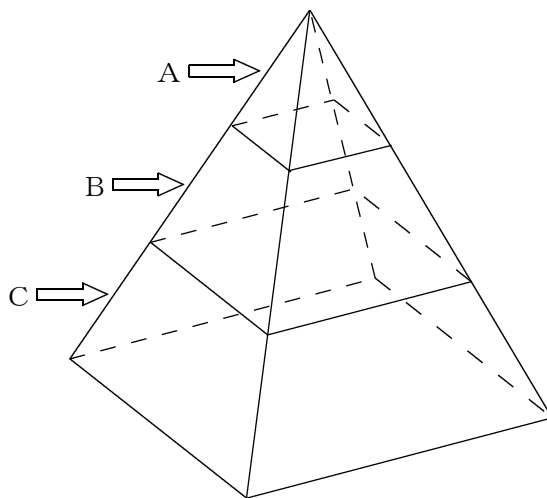
$$18 \times \frac{4}{3} = 24 \quad 24 \text{ cm}$$

(2) 相似比が、 $3:4$ なので、表面積は、 $9:16$

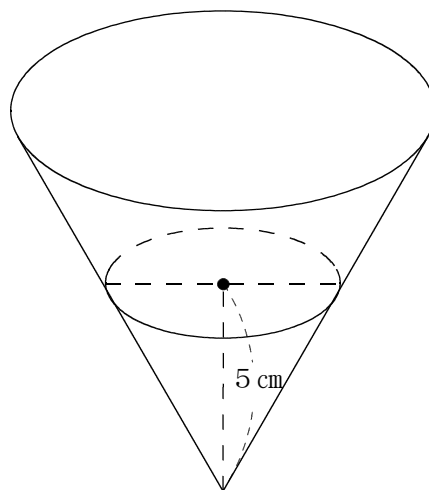
$$324 \times \frac{16}{9} = 576$$

正六角柱Bの表面積は、 576 cm^2

- ① 次の図で、正四角すいの高さを3等分するように底面と平行な面で、A、B、Cの3つの立体に切りわけました。立体B、立体Cの体積は、それぞれ立体Aの体積の何倍ですか。



- ② 次の図のような円すい形の容器に水を入れて、水面が底面と平行になるようにしたところ、水面の高さは5 cmになりました。この容器に水を加えて、水面の高さを10 cmにするには、容器に入っている水の量の何倍の水を加える必要がありますか。



1

立体Bは7倍, 立体Cは19倍

【解説】

(立体A) と (立体A+立体B) と (立体A+立体B+立体C) 体積比は,

1 : 8 : 27 なので,

立体Aと立体Bと立体Cの体積比は, 1 : 7 : 19

立体Bは7倍, 立体Cは19倍

2

7倍

【解説】

水面の高さが5cmのときと水面の高さが10cmのときの相似比は

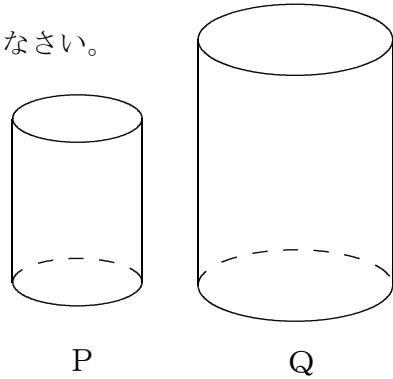
$$5 : 10 = 1 : 2$$

体積比は, 相似比の3乗なので, 1 : 8となる。

よって, $8 - 1 = 7$ $7 \div 1 = 7$ 7倍

① 次の図において、円柱Pと円柱Qは相似で、その相似比は3 : 4です。次の問いの答えなさい。

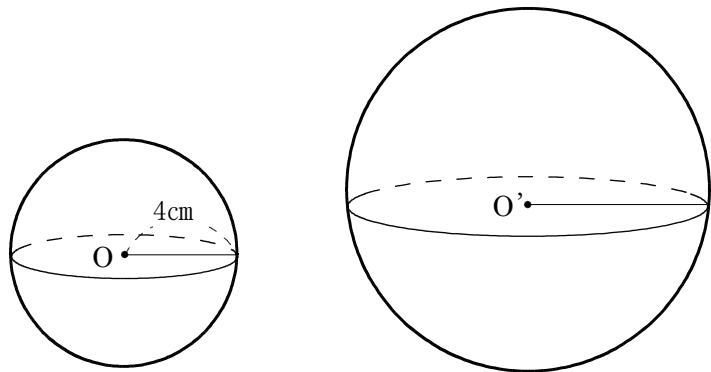
(1) Pの表面積が $72\pi\text{cm}^2$ のとき、円柱Qの表面積を求めなさい。



(2) Pの体積が $81\pi\text{cm}^3$ のとき、円柱Qの体積を求めなさい。

② 次の図において、球Oの半径は4cmであり、球Oと球O'の相似比は2 : 3です。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 球O'の表面積を求めなさい。



(2) 球O'の体積を求めなさい。

1

(1) 128π (cm²)

(2) 192π (cm³)

【解説】

(1) 面積比は、相似比の2乗なので、円柱P、円柱Qの表面積の比は、9 : 16

円柱Qの表面積は、 $72\pi \div 9 \times 16 = 128\pi$ (cm²)

(2) 面積比は、相似比の3乗なので、円柱P、円柱Qの体積の比は、27 : 64

円柱Qの体積は、 $81\pi \div 27 \times 64 = 192\pi$ (cm³)

2

(1) 144π (cm²)

(2) 288π (cm³)

【解説】

球Oと球O'の相似比が2 : 3であるから、球O'の半径は6 cmとなる。

(1) 半径6 cmの球の表面積は、

$4 \times \pi \times 6 \times 6 = 144\pi$ (cm²)

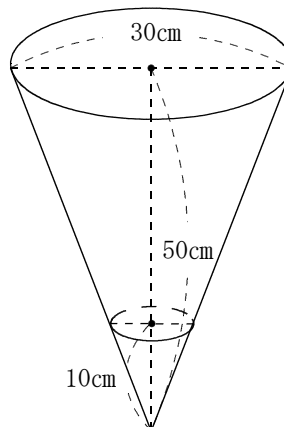
(2) 半径6 cmの球の体積は

$\frac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6 = 288\pi$ (cm³)

数学3 5章 図形と相似 「相似な図形の計量」 <応用問題>

組 番 名前

1 右の図のように底面の直径が30cm、高さが50cmの円すいの形をした容器に、10cmの深さまで水を入れます。次の問いに答えなさい。



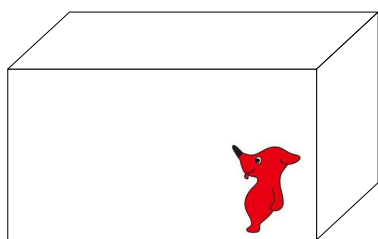
(1) 水面の円の半径を求めなさい。

(2) 容器の体積は、水の体積の何倍ですか。

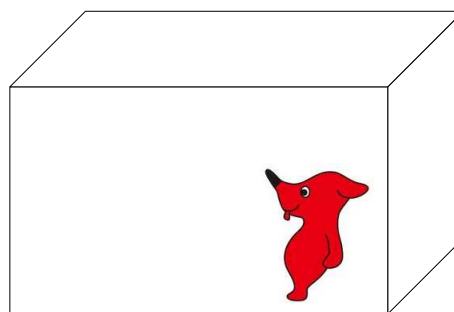
2 相似比が2:3の大小2種類の粉洗剤を作り販売することにしました。容器の厚さ・素材は同じにしました。小さい方の粉洗剤を作るのには、粉洗剤の材料費に160円、容器の材料費に20円、合計180円かかりました。大きい方の粉石鹸を作り600円で販売すると1箱あたり、いくらのもうけになりますか。

(なお、容器の材料費は、使用した面積に比例してかかるものとしします。)

ただし、材料費以外の加工費等は考えないものとしします。



粉洗剤 小



粉洗剤 大

千葉県マスコットキャラクター「チーバくん」

数学3 5章 図形と相似 「相似な図形の計量」 <応用問題・解答>

(1) 3 (cm)

(2) 125倍

【解説】

(1) 水面の円の半径を x とすると、容器の底面と水面の円は相似なので、

$$50 : 10 = 15 : x$$

$$50x = 150$$

$$x = 3 \text{ (cm)}$$

(2) 水と容器の相似比は $1 : 5$ なので、体積比は $1 : 125$ となる。

よって、125倍

2

15円

【解説】

相似比は、 $2 : 3$

粉洗剤 大 の容器の材料費を x 円、粉洗剤の材料費を y 円とすると

容器の材料費は、面積に比例するので、 $4 : 9 = 20 : x$

$$4x = 180$$

$$x = 45 \text{ (円)}$$

粉洗剤の材料費は、体積に比例するので、 $8 : 27 = 160 : y$

$$8y = 4320$$

$$y = 540 \text{ (円)}$$

$$600 - 45 - 540 = 15 \quad \text{もうけは、15円}$$