数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜準備問題＞

組　　　番　　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

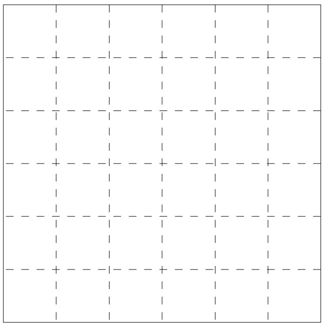
次の問いに答えなさい。

（１）　４の平方根を答えなさい。

（２）　８の平方根を答えなさい。

（３）　$(3\sqrt{2})^2$ を計算しなさい。

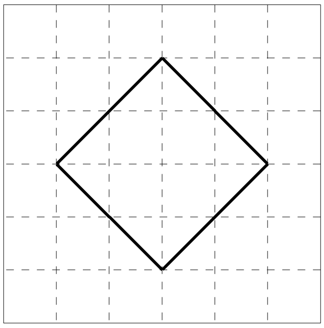
（４）　次の方眼に面積が８㎠ の正方形をかきなさい。（ただし，１目盛りを１㎝とする）



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」＜準備問題・解答＞

（１）　± 2　　（２）　$\pm 2\sqrt{2}$　　（３）　１８

（４）



【解説】

（１）　２乗すると４になる数は，２と－２。

（２）　２乗すると８になる数は，　$\sqrt{8}$ と $-\sqrt{8}$

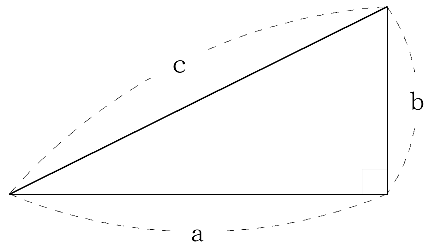
（$\sqrt{\ }$ の中は小さい数とするので，$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ と $-\sqrt{8}=-2\sqrt{2}$）

（３）　$(3\sqrt{2})^2=3\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=3\times 3\times \sqrt{2}\times \sqrt{2}=9\times 2=18$

数学３　７章　　三平方の定理　「三平方の定理」＜基本問題＞

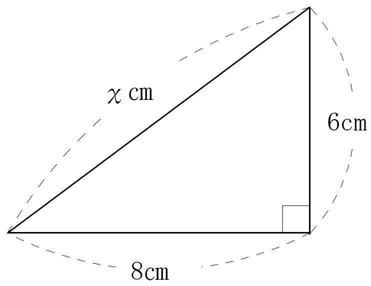
組　　番　名前

1　次の直角三角形について，３辺ａ，ｂ，ｃの関係を表す式を書きなさい。

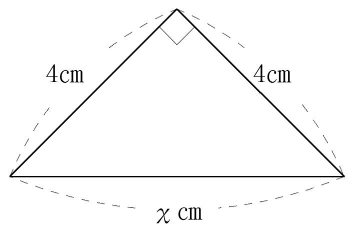


2　次の直角三角形で，χの値を求めなさい。

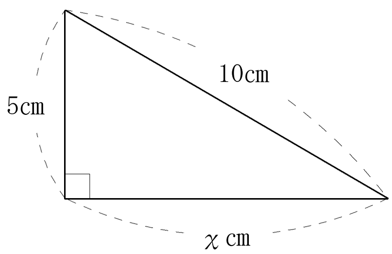
（１）



（２）



（３）



3　次の問いに答えなさい

（１）　次の長さを３辺とする三角形のうち，直角三角形であるものを記号で答えなさい。

ア　５ cm，６ cm，８ cm　　　イ　５ cm，１２ cm，１３ cm

ウ　$\sqrt{10}$ cm，４ cm，６ cm

（２）　直角三角形の２辺の長さが，９cm，１２cm のとき，考えられる残りの１辺の長さをすべて求めなさい。

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」＜基本問題・解答＞

$\boxed{1}$　$a^2 + b^2 = c^2$　　短い辺の2乗の和＝斜辺の2乗

$\boxed{2}$　（１）　１０cm　　（２）　$4\sqrt{2}$ cm　　（３）　$5\sqrt{3}$ cm

【解説】

（１）　三平方の定理より，$8^2 + 6^2 = \chi^2$

$100 = \chi^2$

$\chi = \pm 10 \quad \rightarrow \quad 10$

（２）　三平方の定理より，$4^2 + 4^2 = \chi^2$

$32 = \chi^2$

$\chi = \pm 4\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad 4\sqrt{2}$

（３）　三平方の定理より，$\chi^2 + 5^2 = 10^2$

$\chi^2 = 75$

$\chi = \pm 5\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad 5\sqrt{3}$

$\boxed{3}$　（１）　イ　　（２）　１５cm　または　$3\sqrt{7}$ cm

【解説】

（１）＊最も長い辺を斜辺と仮定し、三平方の定理が成り立つか考える。

ア．$5^2 + 6^2 = 61$，$8^2 = 64$

$5^2 + 6^2$と8^2 は等しくないので直角三角形ではない。

イ．$5^2 + 12^2 = 169$，$13^2 = 169$

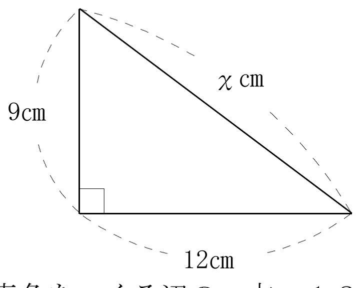
$5^2 + 12^2 = 13^2$ なので，直角三角形である。

ウ．$(\sqrt{10})^2 + 4^2 = 26$，$6^2 = 36$

$(\sqrt{10})^2 + 4^2$と6^2は等しくないので，直角三角形ではない。

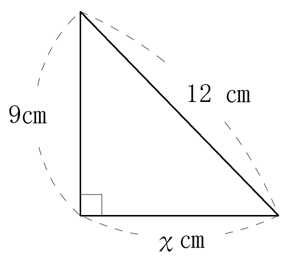
（２）次の２つの場合が考えられる。

ｉ．　９cm，１２cmが直角をつくる２辺（短い２辺）のとき，残りの辺（斜辺）の長さをχcmとすると，



$9^2 + 12^2 = \chi^2$

ⅱ．　９cmが直角をつくる辺の一方，１２cmが斜辺のとき，残りの辺の長さをχcmとすると，



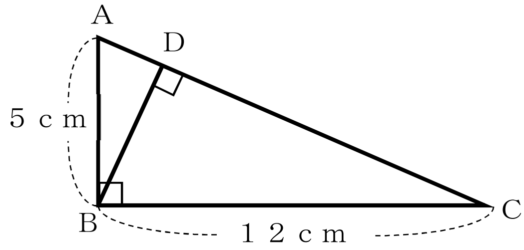
$9^2 + \chi^2 = 12^2$

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」　＜応用問題＞

組　　番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　右の図について，次の問いに答えなさい。

（１）　ＡＣの長さを求めなさい。



（２）　ＢＤの長さを求めようとしていたＰさんですが，わからなかったので，先生の所に質問に行くと次のように教えてくれました。会話について次の問いに答えなさい。

①　**ア～ウ**に当てはまる式をそれぞれ答えなさい。

②　x の値を求めなさい。

③　ＢＤの長さを求めなさい。

先　生：「ＡＤの長さを x（cm）とすると，ＣＤの長さは x を用いてどのような式で表すことができるかな？」

Ｐさん：「**ア**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿です。」

先　生：「そうですね。このとき，△ＡＢＤで三平方の定理を使うと，

BD^2＝**イ**＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

が成り立ちます。」

Ｐさん：「△ＤＢＣも直角三角形なので，三平方の定理を使うと，

BD^2＝**ウ**＿＿＿＿＿＿＿＿

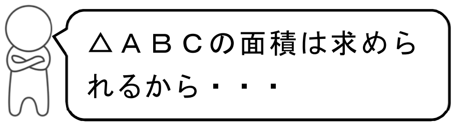
という関係が成り立ちますね。」

先　生：「そのとおりです。この２つの式を使って x の値を求めれば，ＢＤの長さを求めることができますよ。」

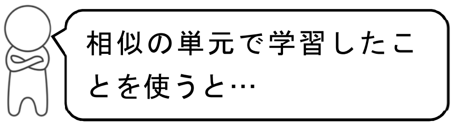
Ｐさん：「わかりました。ありがとうございます。」

（３）　クラスの友達は，ＡＣの長さがわかれば，異なる方法でもＢＤの長さを求めることができると言っています。次の①，②のヒントを参考にＢＤの長さを求める方法を説明し，ＢＤの長さを求めなさい。

①



②



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理」　＜応用問題・解答＞

$\boxed{1}$

（１）　三平方の定理より，$5^2+12^2=AC^2$
これを計算すると，ＡＣ＝１３（ｃｍ）

（２）　①　**ア**　$13-x$　（ｃｍ）
イ　5^2-x^2　（または，$25-x^2$）
ウ　$12^2-(13-x)^2$　（または，$144-(13-x)^2$）

②　**イ**と**ウ**より，$5^2-x^2=12^2-(13-x)^2$
これを解くと，

$$x=\frac{25}{13}$$

③　**イ**と②の結果より，$BD^2=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$

これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$　（ｃｍ）

（３）　①　三角形の面積は，$5\times12\times\frac{1}{2}=30$　（cm^2）

この三角形の底辺をＡＣとすると，高さがＢＤだから，

$13\times BD\times\frac{1}{2}=30$　　これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$　（ｃｍ）

②　△ＡＢＤと△ＡＣＢで
仮定より，∠ＡＤＢ＝∠ＡＢＣ　…①
共通な角なので，∠Ａ＝∠Ａ　…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，
△ＡＢＤ∽△ＡＣＢ
よって，ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＣＢ

したがって，５：１３＝ＢＤ：１２

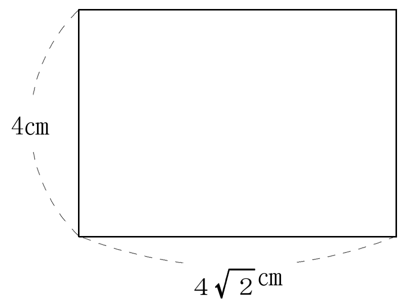
これを解くと，$BD=\frac{60}{13}$　（ｃｍ）

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題①＞

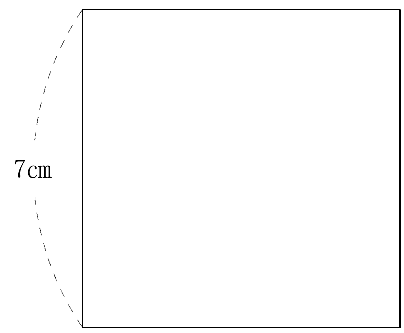
組　　　番　　名前

$\boxed{1}$　次の図形の対角線の長さを求めなさい。

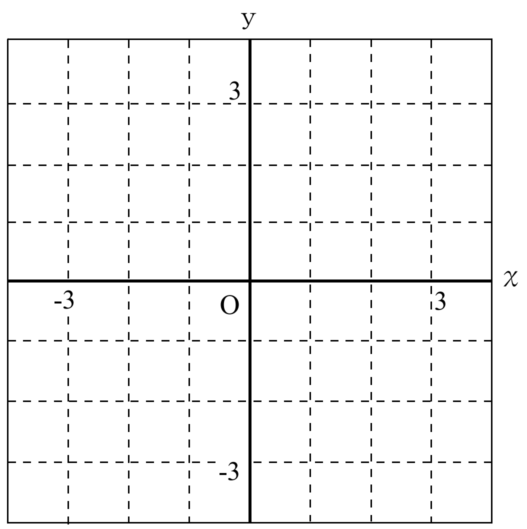
（１）　縦，横の長さがそれぞれ４㎝，　$4\sqrt{2}$　㎝の長方形



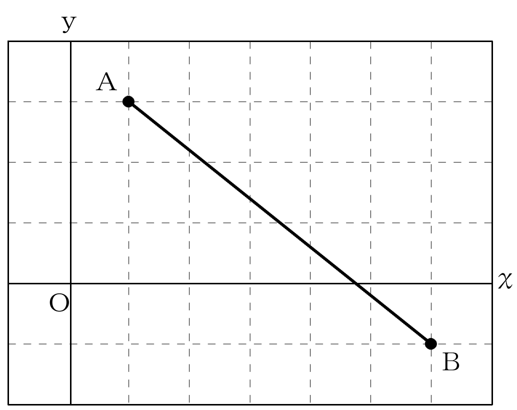
（２）　１辺の長さが７㎝の正方形



$\boxed{2}$　２点Ａ（ －３，２ ），Ｂ（１，－３）があるとき，線分ＡＢを斜辺とする直角三角形を右の方眼にかきなさい。



$\boxed{3}$　次の図のように，２点Ａ（ １，３ ），Ｂ（６，－１）があるとき，ＡＢ間の距離を求めなさい。



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題①・解答＞

1　（1）$4\sqrt{3}$ cm　　（2）$7\sqrt{2}$ cm

【解説】

（1）対角線の長さを x とすると

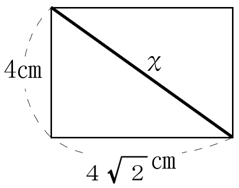
$x^2=(4\sqrt{2})^2+4^2$　より

$x^2=32+16$

$x^2=48$

$x=\pm\sqrt{48}$

$x=\pm 4\sqrt{3}$



$x>0$ より　$x=4\sqrt{3}$

（2）対角線の長さを x とすると

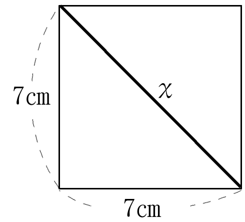
$x^2=7^2+7^2$　より

$x^2=49+49$

$x^2=98$

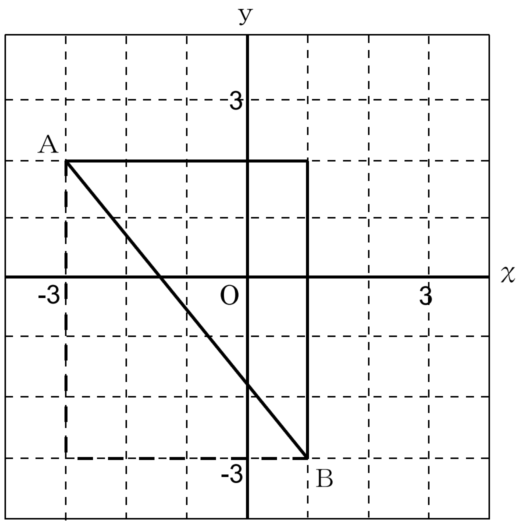
$x=\pm\sqrt{98}$

$x=\pm 7\sqrt{2}$



$x>0$ より　$x=7\sqrt{2}$

2



※ 逆向きの三角形（---- 線）でもよい。

3　$\sqrt{41}$

【解説】

右の図の△ＡＣＢにおいて
三平方の定理により

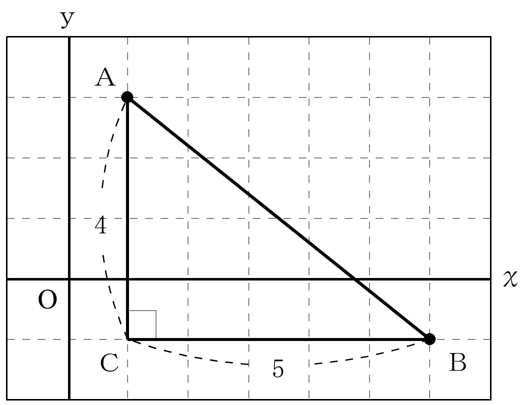
$AB^2=4^2+5^2$

$AB^2=16+25$

$AB^2=41$

$AB=\pm\sqrt{41}$

$AB>0$ より　$AB=\sqrt{41}$

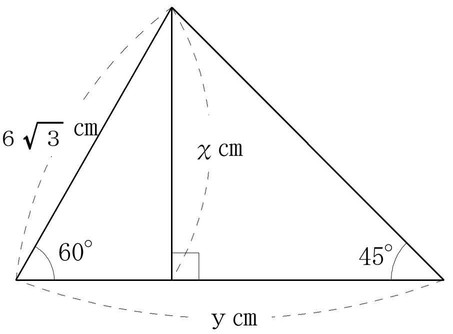


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」<基本問題②>

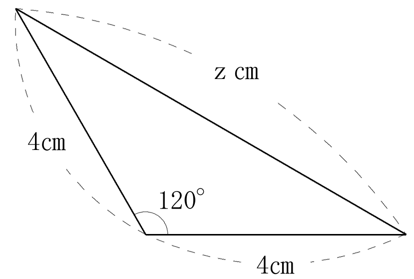
組　　番　名前

$\boxed{1}$　次の図の χ，ｙ，ｚの値を求めなさい。

（１）



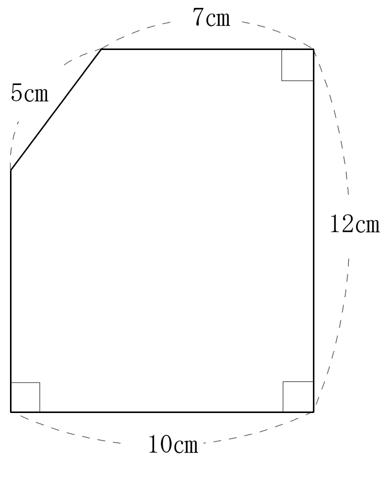
（２）



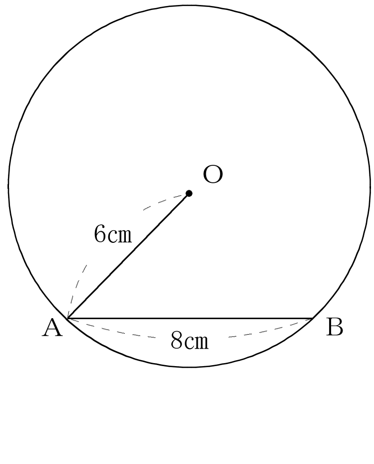
$\boxed{2}$　次の問いに答えなさい。

（１）　１辺の長さが１０cmの正三角形の面積を求めなさい。

（２）　次の図形の面積を求めなさい。



$\boxed{3}$　右の図のように，半径６cmの円Ｏで，弦ＡＢの長さが８cmのとき，円の中心と弦ＡＢとの距離を求めなさい。（図を一部変えました。）



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題②・解答＞

1　（１）　$\chi = 9$　　$y = 9 + 3\sqrt{3}$　　　（２）　$z = 4\sqrt{3}$

【解説】

（１）左側の直角三角形で

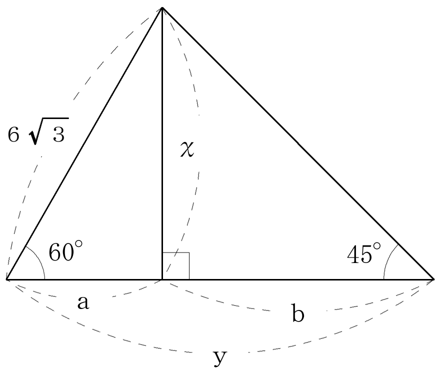
$$\chi : 6\sqrt{3} = \sqrt{3} : 2$$
$$2\chi = 18$$
$$\chi = 9$$

左側の直角三角形で

$$a : 6\sqrt{3} = 1 : 2$$
$$a = 3\sqrt{3}$$

右側の直角三角形で

$$b = \chi = 9$$
$$y = b + a = 9 + 3\sqrt{3}$$

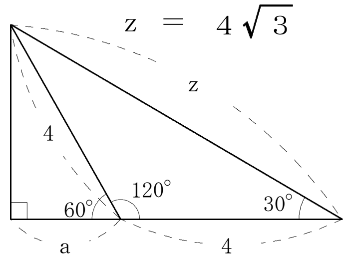


（２）小さな直角三角形において

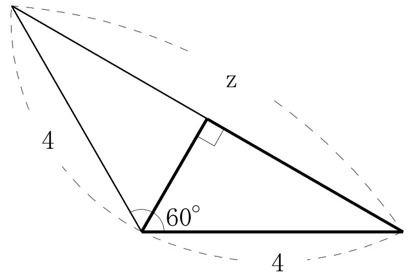
$$a : 4 = 1 : 2$$
$$a = 2$$

大きな直角三角形において

$$z : 6 = 2 : \sqrt{3}$$
$$\sqrt{3}z = 12$$
$$z = 4\sqrt{3}$$



【別解】



太線の直角三角形の辺の比は

$1 : \sqrt{3} : 2$であるから，

$$z : 4 = \sqrt{3} : 2$$

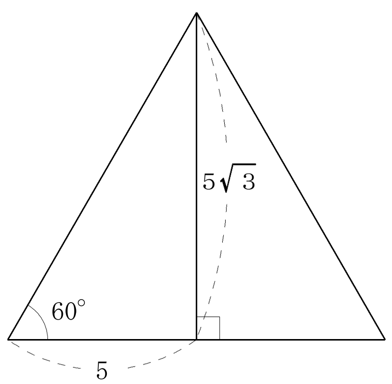
これより　$\frac{1}{2}$　$z = 4\sqrt{3}$

2　（１）　$25\sqrt{3}$ cm^2　　　（２）　114 cm^2

【解説】

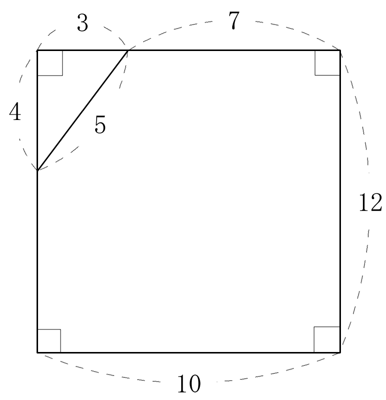
（１）　正三角形の高さは，　$5\sqrt{3}$ cm　となるので，求める面積は

$$10 \times 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 25\sqrt{3}$$



（２）　三平方の定理により，下の図のような線分の長さとなる。求める面積は，

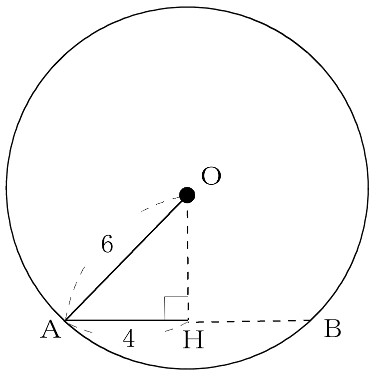
$$12 \times 10 - 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 114$$



3　$2\sqrt{5}$　㎝

【解説】

円の中心Ｏからの垂線と弦ＡＢとの交点をＨとする。
点Ｈは，線分ＡＢの中点なのでＡＨ＝４ｃｍ
△ＯＡＨにおいて，三平方の定理により



$$\mathrm{OH}^2+\mathrm{AH}^2 = \mathrm{OA}^2$$
$$\mathrm{OH}^2+4^2 = 6^2$$
$$\mathrm{OH}^2+16 = 36$$
$$\mathrm{OH}^2 = 36-16$$
$$\mathrm{OH}^2 = 20$$
$$\mathrm{OH} = \pm\sqrt{20}$$
$$\mathrm{OH} = \pm 2\sqrt{5}$$

$\mathrm{OH}>0$ より　$\mathrm{OH}=2\sqrt{5}$

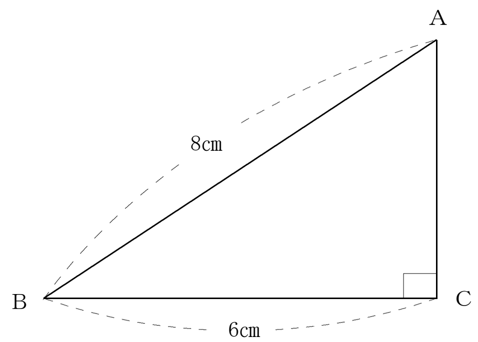
数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題③＞

組　　　番　　名前

<u>1</u>　次の問いに答えなさい。

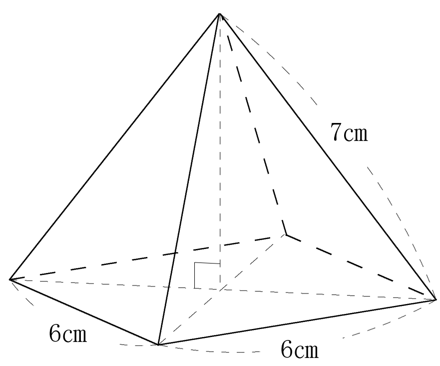
（１）　１辺が４㎝の立方体の対角線の長さを求めなさい。

（２）　右の図のようなA＝８㎝，ＢＣ＝６㎝の直角三角形ＡＢＣにおいて，辺ＡＣを回転の軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。



<u>2</u>　右の図のように，底面が１辺６㎝の正方形で，他の辺が７㎝の正四角すいがあります。

この正四角すいの体積と表面積を求めなさい。



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜基本問題③・解答＞

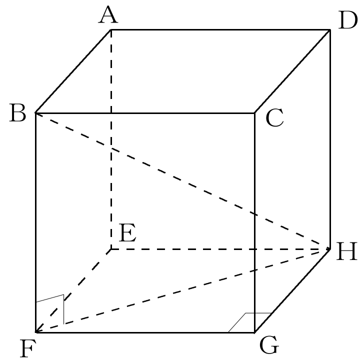
（１）　$4\sqrt{3}$　cm　　　　　（２）　$24\sqrt{7}\pi$　cm^3

【解説】

（１）右の図で,

　△ＦＧＨにおいて　ＦＨ ＝ $4\sqrt{2}$

　△ＢＦＨにおいて　$\mathrm{BH}^2 = 4^2 + \mathrm{FH}^2$



（別解）

縦，横，高さがそれぞれ，ａ，ｂ，ｃである

直方体の対角線の長さは $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

で求められるので,

$\mathrm{BH} = \sqrt{4^2+4^2+4^2}$

（２）円すいの高さをｈcmとすると

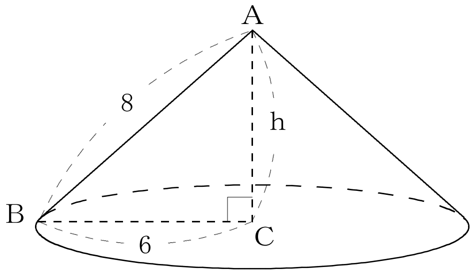
三平方の定理により

$h^2 + 6^2 = 8^2$

$h = 2\sqrt{7}$

したがって，円すいの体積は

$\pi \times 6^2 \times 2\sqrt{7} \times \dfrac{1}{3} = 24\sqrt{7}\pi$



2　　体積 $12\sqrt{31}$ cm^3　　　　表面積 $36+24\sqrt{10}$ cm^2

【解説】

《体積》

右の図のように，四角すいの高さをｈcm,

底面の正方形の対角線の半分をａcmとすると

直角二等辺三角形の辺の比から　$a = 3\sqrt{2}$

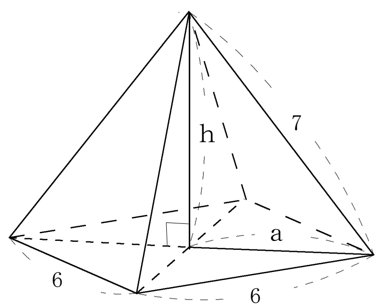
三平方の定理により

$h^2 + (3\sqrt{2})^2 = 7^2$

$h = \sqrt{31}$

四角すいの体積は

$36 \times \sqrt{31} \times \dfrac{1}{3} = 12\sqrt{31}$



《表面積》

右の図のように，側面の二等辺三角形の高さを$x$cmとすると,

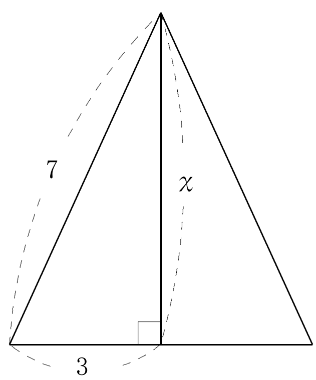
$x^2 + 3^2 = 7^2$

$x = 2\sqrt{10}$

四角すいの表面積は

（底面の正方形）＋４×（側面の二等辺三角形）

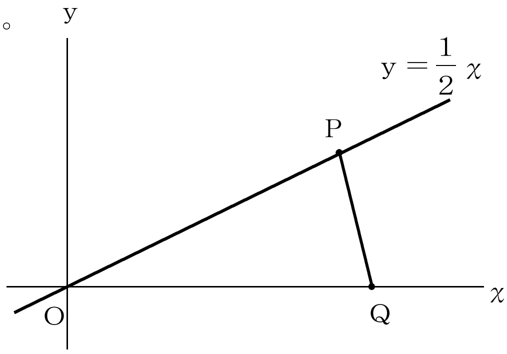
$6^2 + 4 \times \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{10} = 36 + 24\sqrt{10}$



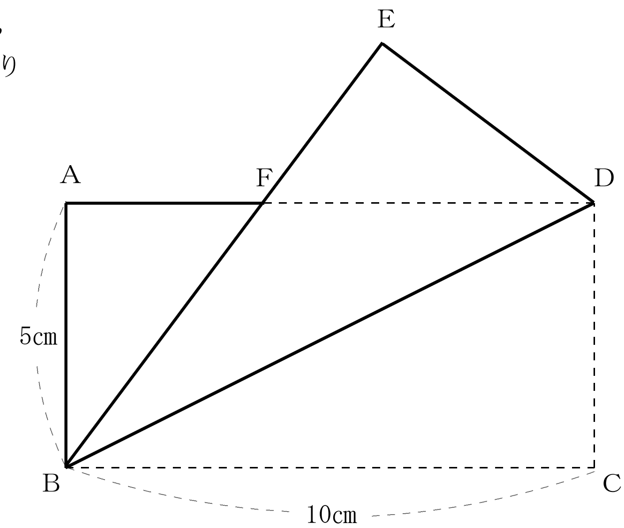
数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」<応用問題①>

組　　番　名前

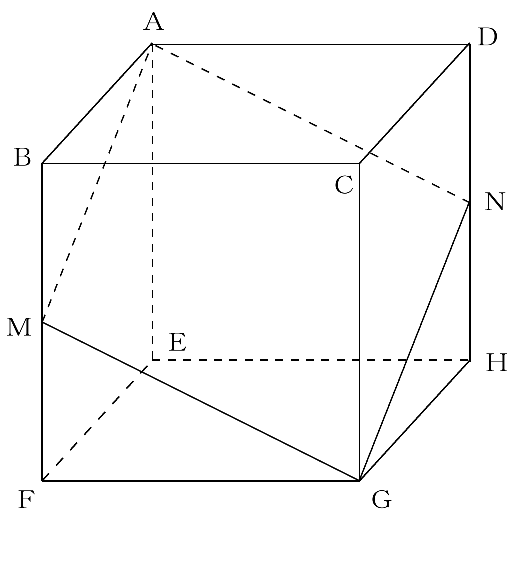
1　右の図のように，関数 $y = \frac{1}{2}x$ のグラフ上に点Ｐ，x 軸上に点Ｑ(１０，０)があります。
　△ＰＯＱが ＯＰ＝ＯＱ の二等辺三角形になるとき，点Ｐの座標を求めなさい。ただし，点Ｐの座標は正の数とします。



2　右の図のように，縦，横の長さがそれぞれ５㎝，１０㎝の長方形ＡＢＣＤの紙を，対角線ＢＤを折り目として折るとき，ＡＦの長さを求めなさい。
　また，その求め方を説明しなさい。



3　右の図のように，１辺が６㎝の立方体で，点Ｍ，Ｎがそれぞれ辺ＢＦ，ＤＨの中点のとき，四角形ＡＭＧＮの周の長さと面積を求めなさい。



数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」＜応用問題①・解答＞

1　（ $4\sqrt{5}$ ，$2\sqrt{5}$ ）

【解説】

点Ｐのx座標を２ａとおくと

点Ｐの座標は（２ａ，ａ）となる。

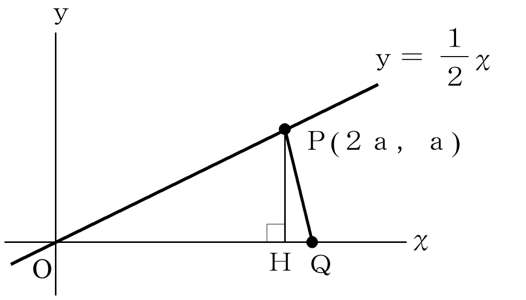
右の図の△ＰＯＨで，三平方の定理により

$(2a)^2+a^2=10^2$

$5a^2=100$

$a^2=20$

ａ＞０より　$a=2\sqrt{5}$



2　ＡＦ ＝ $\frac{15}{4}$ cm

【解説】

ＡＦ ＝ x cmとすると

△ＡＢＦ≡△ＥＤＦより

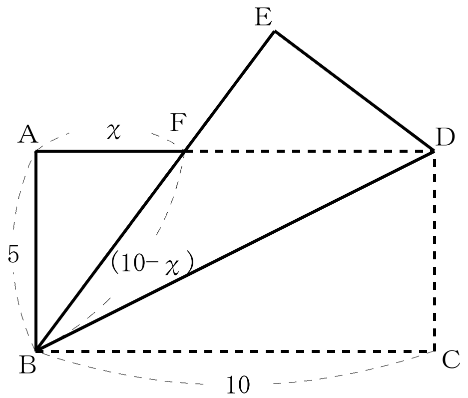
（１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい）

ＢＦ ＝ ＤＦ ＝ $10-x$

△ＡＢＦにおいて，三平方の定理により

$(10-x)^2=x^2+5^2$

これを解いて　$x=\frac{15}{4}$



3　周の長さ　$12\sqrt{5}$ cm　　　面積　$18\sqrt{6}$ cm²

【解説】

《周の長さ》

△ＡＢＭにおいて，三平方の定理により

$AM^2=6^2+3^2$

$AM=3\sqrt{5}$

また，ＡＭ＝ＭＧ＝ＧＮ＝ＮＡより，

四角形ＡＭＧＮの周の長さは，

$4\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

《面積》

四角形ＡＭＧＮは，右の図のようなひし形となり

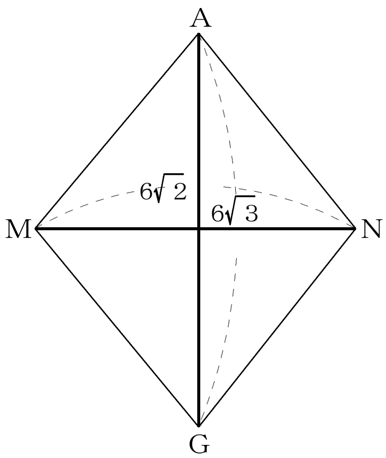
その対角線の長さは，

$AG=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$（立方体の対角線）

$MN=6\sqrt{2}$（底面の正方形の対角線と同じ長さ）

したがって，四角形ＡＭＧＮの面積は，

$6\sqrt{3}\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=18\sqrt{6}$

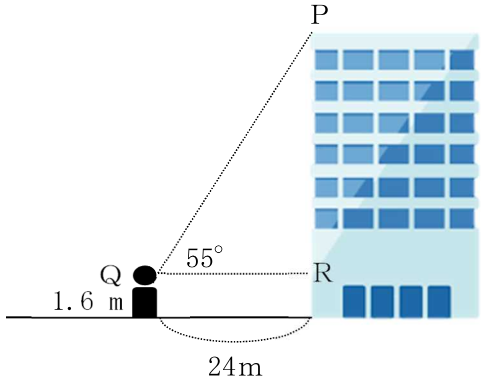


数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」　＜応用問題②＞

組　　番　　名前

1　５章　図形と相似「相似な図形」＜応用問題＞2は次のような問題でした。

Ａさんは家の近くにあるビルの高さを，縮図をかいて調べることにしました。そのために，Ａさんがビルから２４m離れた地点から屋上を見上げたところ，その角度は５５°であることがわかりました。Ａさんの目の高さが１．６mのとき，縮図をかいて，ビルの高さを求めたいと思います。

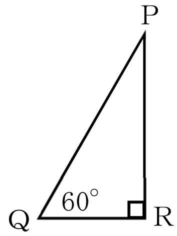


この問題で実際に縮図をかいてビルの高さ求めると，３５．２mでした。この求め方についてＢさんは，次のように言っています。

縮図をかかなくても，屋上を見上げる角度を６０°にして，三平方の定理の単元で学習したことを使えば，ビルの高さを求めることができるね。

このとき，次の問いに答えなさい。なお，Ｂさんの目の高さも１．６mとします。

（１）　Ｂさんの言っている方法では，どのようにしてビルの高さを求めるのでしょうか。右の△ＰＱＲを用いて，求める方法を説明しなさい。



（２）　Ｂさんが屋上を見上げた角度が６０°のとき，ビルからＢさんまでの距離は１９．４mでした。このとき，$\sqrt{2}$＝１．４１，$\sqrt{3}$＝１．７３，$\sqrt{5}$＝２．２３として，ビルの高さを小数第１位まで求めなさい。

（３）　高さ１２１．６mのビルをある地点からＢさんが見上げると，この角度は６０°でした。このとき，$\sqrt{2}$＝１．４１，$\sqrt{3}$＝１．７３，$\sqrt{5}$＝２．２３として，Ｂさんからビルまでの距離を小数第１位まで求めなさい。

数学３　７章　三平方の定理　「三平方の定理の利用」　＜応用問題②・解答＞

$\boxed{1}$

（１）　（説明例）

ＱＲ：ＰＲ＝１：$\sqrt{3}$ より，ＰＲ＝$\sqrt{3}$ＱＲ

したがって，ＱＲの$\sqrt{3}$ 倍の長さに，Ｂさんの目の高さの１．６ｍをたせば，

ビルの高さを求めることができる。

（２）　１９．４×$\sqrt{3}$＝１９．４×１．７３＝３３．５６２（ｍ）

この値にＢさんの目の高さ１．６ｍをたすと，

３３．５６２＋１．６＝３５．１６２（ｍ）

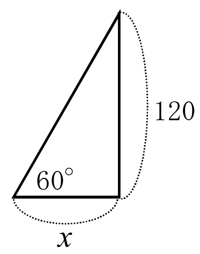
小数第２位を四捨五入すると，３５．２（ｍ）

答え　３５．２ｍ

（３）　Ｂさんの目の高さは１．６ｍだから，

１２１．６－１．６＝１２０

Ｂさんからビルまでの距離を（ｍ）とすると，右の図のようになるから，



x：１２０＝１：$\sqrt{3}$

$\sqrt{3}x$＝１２０

x＝$\dfrac{120}{\sqrt{3}}$＝４０$\sqrt{3}$＝４０×１．７３＝６９．２

答え　６９．２ｍ