

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <準備問題>

組 番 名前

次のア～エについて、 y が x に比例するもの、 y が x に反比例するものを1つずつ選びなさい。

ア 長方形の縦の長さを x cm, 横の長さを y cmとしたとき, 長方形の面積が 20 cm^2 である。

イ 長方形の縦の長さを x cm, 横の長さを y cmとしたとき, 周りの長さが 20 cm である。

ウ 半径 $2x$ cmの円の面積が $y \text{ cm}^2$ である。

エ 半径 $2x$ cmの円の周の長さが $y \text{ cm}$ である。

比例… () 反比例… ()

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <準備問題・解答>

比例… (エ) 反比例… (ア)

【解説】

比例は $y = a x$, 反比例は $y = \frac{a}{x}$ で表される。

ア $y = \frac{20}{x}$ イ $y = -x + 10$ ウ $y = 4\pi x^2$ エ $y = 4\pi x$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <基本問題>

組 番 名前

① y を x の式で表し、 y が x の2乗に比例しているものをすべて選びなさい。

ア 底面の1辺が x cmの正方形で、高さ3 cmの四角柱の体積が y cm³ である。

イ 半径 x cmの球の体積が y cm³ である。

ウ 半径 x cm, 中心角 120° のおうぎ形の面積が y cm² である。

y が x の2乗に比例しているもの… ()

② 底面が1辺 x cmの正方形で、高さが12 cmの正四角すいの体積を y cm³ とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) 右の表に y の値をかき入れなさい。

x	1	2	3	4	5
y					

(2) x , y の関係を式に表しなさい。

(3) 正方形1辺の長さが10 cmのときの体積を求めなさい。

(4) 体積が200 cm³ のとき、底面の1辺の長さを求めなさい。

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <基本問題・解答>

1

y が x の2乗に比例しているもの… (ア, ウ)

【解説】

$y = a x^2$ の関係が成り立つとき、 y は x の2乗に比例するという。

ア $y = 3 x^2$ イ $y = \frac{4}{3} \pi x^3$ ウ $y = \frac{1}{3} \pi x^2$

2

(1)

x	1	2	3	4	5
y	4	16	36	64	100

(2) $y = 4 x^2$

(3) 400 cm^3

(4) $5\sqrt{2} \text{ cm}$

【解説】

(2) $y = x \times x \times 12 \times \frac{1}{3} = 4 x^2$ (3) $y = 4 \times 10^2 = 400$

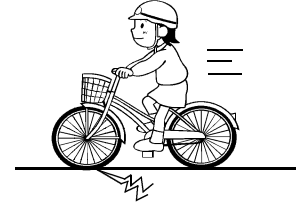
(4) $200 = 4 x^2$ $x^2 = 50$ $x > 0$ なので, $x = 5\sqrt{2}$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <応用問題>

組 番 名前

1 時速 x kmで走っている自転車が、ブレーキをかけてから止まるまでに進む距離（制動距離）を y mとすると、 y は x の2乗に比例していました。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 時速15kmで走っている自転車の制動距離が4.5mであるとき、 y を x の式で表しなさい。



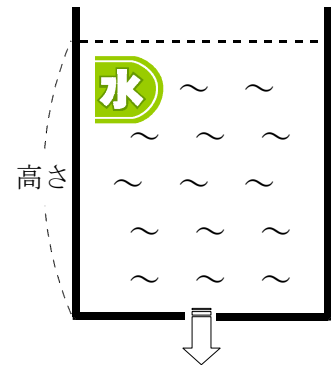
- (2) (1)の自転車の制動距離が8mであるとき、自転車の速さは時速何kmか求めなさい。

2 直方体の容器に水を入れて、底にあけた穴から水を流します。 y cmの高さまで入れた水が x 秒でなくなるとすると、 $y = a x^2$ の関係がありました。

20cmの高さまで入れた水が、20秒間でなくなったとき、次の問いに答えなさい。

- (1) a の値を求め、 y を x の式で表しなさい。

- (2) 10秒間で容器の水がなくなったとき、水は何cmの高さまで入っていたか求めなさい。



- (3) 45cmの高さまで入れた水がなくなるには、何秒かかるか求めなさい。

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「事象と関数 $y = a x^2$ 」 <応用問題・解答>

1

(1) $y = \frac{1}{50} x^2$

(2) 時速20 km

【解説】

(1) 求める関数の式を $y = a x^2$ とする。 $x = 15$ のとき $y = 4.5$ となるから、

$$\frac{9}{2} = a \times 15^2 \quad \text{だから、} \quad a = \frac{1}{50} \quad y = \frac{1}{50} x^2$$

(2) $8 = \frac{1}{50} x^2$ だから、 $x^2 = 400$ $x = \pm 20$ $x > 0$ だから 時速20 km

2

(1) $y = \frac{1}{20} x^2$

(2) 5 cm

(3) 30秒

【解説】

(1) $x = 20$ のとき $y = 20$ となるから、 $20 = a \times 20^2$ より

$$a = \frac{20}{400} = \frac{1}{20} \quad y = \frac{1}{20} x^2$$

(2) $y = \frac{1}{20} \times 10^2 = 5$ 5 cm

(3) $45 = \frac{1}{20} x^2$ $x^2 = 900$ $x = \pm 30$ $x > 0$ だから 30秒

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」<準備問題①>

組 番 名前

次の問いに答えなさい。

(1) y が x に比例し, $x = 12$ のとき, $y = -6$ です。 y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の一次関数で, そのグラフが $(2, 5)$ を通り, 傾きが $-\frac{3}{2}$ です。
 y を x の式で表しなさい。

(3) $y = 3x$ に平行で, 点 $(-1, 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

(4) グラフが, 2点 $(-1, 8)$, $(2, -7)$ を通る直線の式を求めなさい。

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <準備問題①・解答>

(1) $y = -\frac{1}{2}x$ (2) $y = -\frac{3}{2}x + 8$

(3) $y = 3x + 5$ (4) $y = -5x + 3$

【解説】

(1) 比例の式を, $y = a x$ とすると, $x = 12$, $y = -6$ を代入し, $-6 = a \times 12$

よって, $a = -\frac{1}{2}$ したがって, $y = -\frac{1}{2}x$

(2) 傾きが $-\frac{3}{2}$ なので, 求める一次関数の式を $y = -\frac{3}{2}x + b$ とすると,

$x = 2$, $y = 5$ を代入し, $5 = -\frac{3}{2} \times 2 + b$ となり, これを解いて, $b = 8$

したがって, $y = -\frac{3}{2}x + 8$

(3) 平行な2直線は, 傾きが等しいので, 求める直線の傾きは, 3となる。

求める直線の式を $y = 3x + b$ として, $x = -1$, $y = 2$ を代入し,

$2 = 3 \times (-1) + b$ これを解いて, $b = 5$ したがって, $y = 3x + 5$

(4) 2点から傾きを求めると, $\frac{-7-8}{2-(-1)} = \frac{-15}{3} = -5$

求める直線の式を $y = -5x + b$ として, $x = -1$, $y = 8$ を代入し,

$8 = -5 \times (-1) + b$

$b = 3$ したがって, $y = -5x + 3$

【別解】直線の式を, $y = a x + b$ とすると, $x = -1$, $y = 8$ を代入し, $8 = -a + b$

$x = 2$, $y = -7$ を代入し, $-7 = 2a + b$

この連立方程式を解いて, $a = -5$, $b = 3$ したがって, $y = -5x + 3$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」<準備問題②>

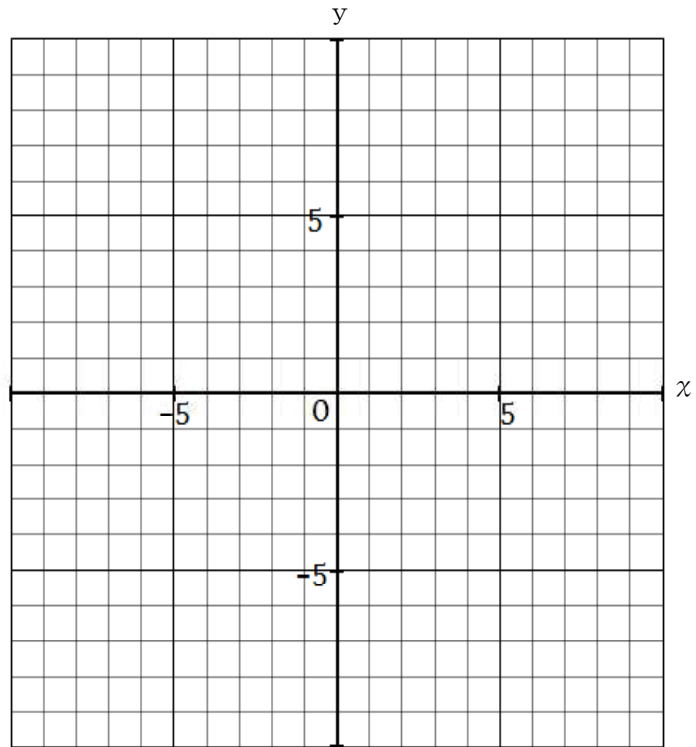
組 番 名前

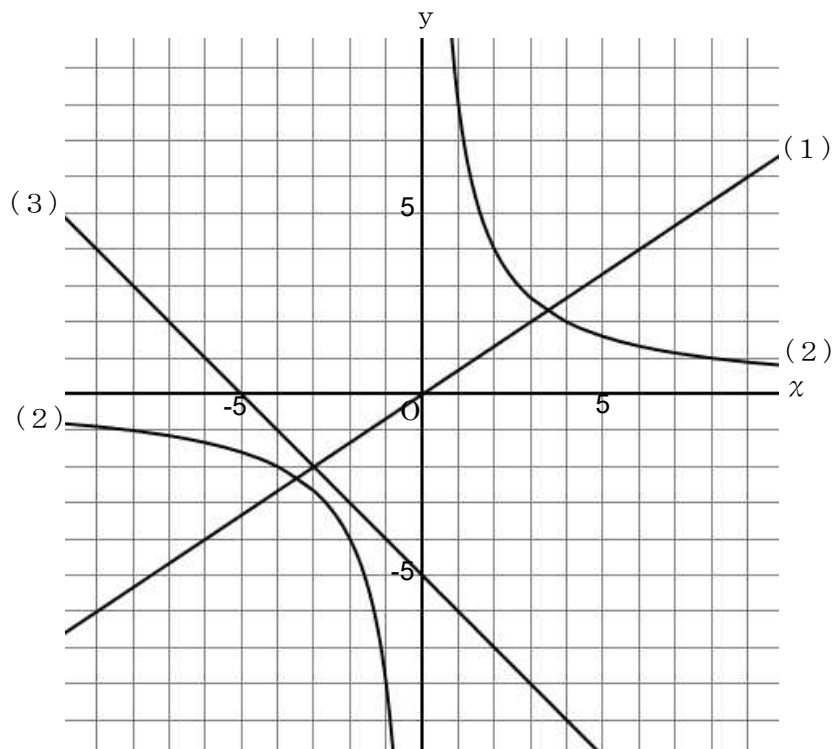
次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{2}{3} x$

(2) $y = \frac{8}{x}$

(3) $y = -x - 5$





【解説】

- (1) 比例のグラフは、原点を通る。また、比例定数が3だから原点から x が3増加すると y は2増加するので、グラフは点(3, 2)を通る、よって原点と点(3, 2)を直線で結べばよい。
- (2) 反比例なので、双曲線になる。
- (3) 切片 -5 傾き -1 の直線をかく。

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <基本問題>

組 番 名前

1 次の問いに答えなさい。

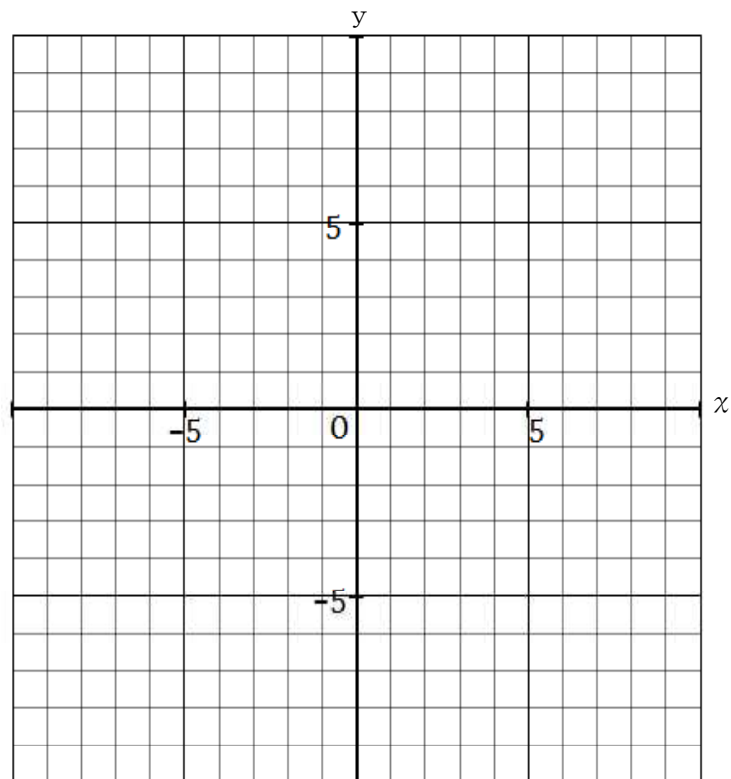
(1) 関数 $y = a x^2$ で, $x = 6$ のとき, $y = 18$ です。 y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の2乗に比例し, $x = 2$ のとき, $y = -12$ です。 $x = -3$ のときの y の値を求めなさい。

2 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = x^2$

(2) $y = -\frac{1}{2} x^2$



3 次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = \frac{1}{2} x^2$ ($-3 \leq x \leq 2$) の y の変域を求めなさい。

(2) 関数 $y = x^2$ について, x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

ア 2 から 6 まで

イ -3 から 1 まで

(3) 関数 $y = -x^2$ について, x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

ア 3 から 4 まで

イ -3 から 0 まで

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <基本問題・解答>

1

(1) $y = \frac{1}{2} x^2$ (2) -27

【解説】

(1) $y = a x^2$ に $x = 6$, $y = 18$ を代入すると, $18 = a \times 6^2$ より, $a = \frac{1}{2}$

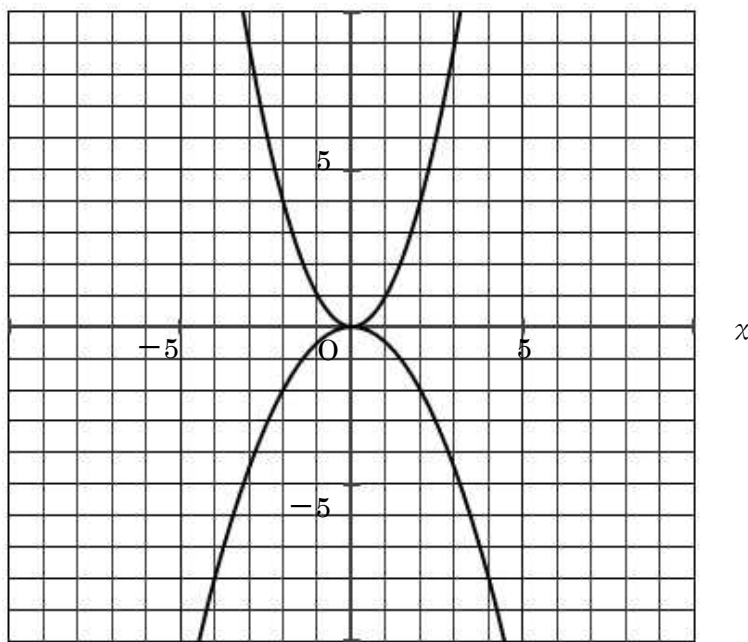
よって, $y = \frac{1}{2} x^2$

(2) $y = a x^2$ に $x = 2$, $y = -12$ を代入すると, $-12 = a \times 2^2$ より, $a = -3$

よって, $y = -3 x^2$ $x = -3$ を代入すると $y = -3 \times (-3)^2 = -27$

2

(1)



(2)

3 (1) $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$

(2) ア 8 イ -2

(3) ア -7 イ 3

【解説】

(1) y の変域は, x の変域に対して, 最小値と最大値を考えればよい。

$-3 \leq x \leq 2$ のとき, 最小値は 0, 最大値 $\frac{9}{2}$ となるから, $0 \leq y \leq \frac{9}{2}$

(2) ア x の増加量は, $6 - 2 = 4$, y の増加量は, $36 - 4 = 32$ だから, $\frac{32}{4} = 8$

イ x の増加量は, $1 - (-3) = 4$, y の増加量は, $1 - 9 = -8$ だから, $\frac{-8}{4} = -2$

(3) ア x の増加量は, $4 - 3 = 1$, y の増加量は, $-16 - (-9) = -7$ だから, $\frac{-7}{1} = -7$

イ x の増加量は, $0 - (-3) = 3$, y の増加量は, $0 - (-9) = 9$ だから, $\frac{9}{3} = 3$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表、式、グラフ」<応用問題①>

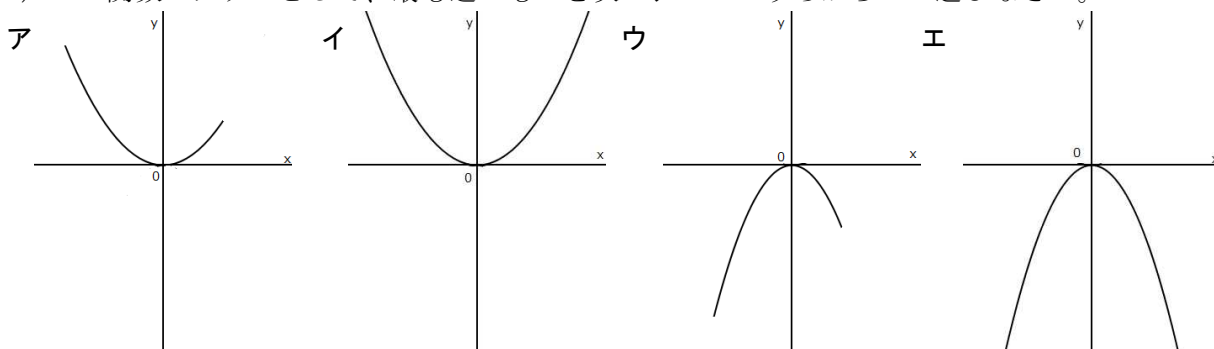
組 番 名前

① 関数 $y = a x^2$ で、 x の変域は $-4 \leq x \leq 2$ 、そのときの y の変域は $0 \leq y \leq 4$ です。
このとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の値について、次の説明が正しくなるようにア～ウ、カ～クからそれぞれ選びなさい。

$\left[\begin{array}{l} \text{ア. } x \text{の変域が } -4 \leq x \leq 2 \\ \text{イ. } (x, y) = (0, 0) \\ \text{ウ. } y \text{の変域は } 0 \leq y \leq 4 \end{array} \right]$
 だから、
 $\left[\begin{array}{l} \text{カ. } a > 0 \\ \text{キ. } a = 0 \\ \text{ク. } a < 0 \end{array} \right]$
 である。

(2) この関数のグラフとして、最も近いものを次のア～エのうちから一つ選びなさい。



(3) 次の説明が正しくなるようにア～ウ、カ～クからそれぞれ選びなさい。

y の値が最小のとき、 x の値は
 $\left[\begin{array}{l} \text{ア. } -4 \\ \text{イ. } 0 \\ \text{ウ. } 2 \end{array} \right]$
 で、

y の値が最大のとき、 x の値は
 $\left[\begin{array}{l} \text{カ. } -4 \\ \text{キ. } 0 \\ \text{ク. } 2 \end{array} \right]$
 である。

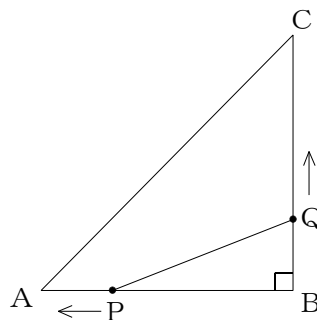
(4) a の値を求めなさい。

② $AB = BC = 8$ cmの直角三角形 ABC があります。点 P は AB 上を毎秒 2 cmの速さで B から A まで動き、点 Q は BC 上を毎秒 0.5 cmの速さで B から点 P が止まるまで動きます。

2点 P, Q が同時に B を出発してから x 秒後の $\triangle PBQ$ の面積を y cm^2 とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) y の変域を求めなさい。



数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題①・解答>

- 1 (1) ウ, カ (2) ア (3) イ, カ (4) $a = \frac{1}{4}$

【解説】

(1) 関数 $y = a x^2$ で, a の値が「正の数」もしくは「負の数」, 「0」であるかを判断するためには, y の変域に着目する。 y の変域が0以上の数であるのため, $a > 0$ となる。

(2) (1)より, $a > 0$ だから, x 軸より上側にあり, 上に開く放物線となる。

⇒アまたはイとなる。

また, x, y 共に変域に制限があるため, もっとも近い放物線はアとなる。

(3) y の変域が, $0 \leq y \leq 4$ より

● y の値が最小 ⇒ 「 $y = 0$ 」である。

⇒ (1)より $a > 0$ から, $y = a x^2$ に $y = 0$ を代入したとき, $x = 0$ となる。

・ (2)より $(x, y) = (0, 0)$ <原点>だから $x = 0$ となる。

● y の値が最大 ⇒ 「 $y = 4$ 」である。

⇒ (1)より $a > 0$, x の変域 $-4 \leq x \leq 2$ で放物線のイメージ(2)より, y の値が最大 ($y = 4$) となるには, $x = -4$ のときとなる。

(4) x の変域が, $-4 \leq x \leq 2$ のとき, y の変域は, $0 \leq y \leq 4$ だから,

$a > 0$ で, $x = -4$ のとき, y の値は最大となり $y = 4$ ※(3)で解答済

$y = a x^2$ に $x = -4, y = 4$ を代入すると, $4 = a \times (-4)^2$ より,

$$a = \frac{1}{4}$$

2

- (1) $y = \frac{1}{2} x^2$ (2) $0 \leq y \leq 8$

【解説】

(1) $\triangle BPQ$ の面積 y を表すと, $y = 2x \times 0.5x \div 2$ となり, $y = \frac{1}{2} x^2$

(2) 点Pは, BからAまで動くので, $AB = 8$ cmで, 毎秒2 cmの速さで動くので,

x の変域は, $0 \leq x \leq 4$ このとき, y の値の最小値は0, 最大値は8となり,

y の変域は, $0 \leq y \leq 8$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題②>

組 番 名前

① 次のそれぞれの場合について, 定数 a の値を求めなさい。

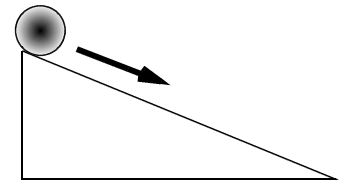
(1) 2つの関数 $y = a x^2$ と $y = 4 x + 1$ において, x の値が1から5まで増加するときの2つの関数の変化の割合が等しい。

(2) 2つの関数 $y = x^2$ と $y = a x - 2$ において, x の値が2から4まで増加するときの2つの関数の変化の割合が等しい。

② 次の図のように, ボールが斜面をころがるとき, ボールがころがり始めてからの時間を x 秒, その間にころがる距離を y cm とすると, y は x の2乗に比例していました。

ボールがころがり始めてから4秒後までに, 48 cm ころがったとき, 次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。



(2) ボールがころがり始めて, 3秒後から7秒後までのボールの平均の速さを求めなさい。

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題②・解答>

1

(1) $a = \frac{2}{3}$

(2) $a = 6$

【解説】

(1) 関数 $y = a x^2$ について, x の増加量は $5 - 1 = 4$, y の増加量は $25a - a = 24a$ だから, 変化の割合は $\frac{24a}{4} = 6a$ これが関数 $y = 4x + 1$ の変化の割合と等しいから
 $6a = 4$ $a = \frac{2}{3}$

(2) 関数 $y = x^2$ について, x の増加量は $4 - 2 = 2$, y の増加量は $16 - 4 = 12$ だから, 変化の割合は $\frac{12}{2} = 6$ これが関数 $y = a x^2 - 2$ の変化の割合 a と等しいから $a = 6$

2

(1) $y = 3 x^2$

(2) 秒速 30 cm

【解説】

(1) 求める関数の式を $y = a x^2$ とする。
 $x = 4$ のとき $y = 48$ となるから, $48 = 16a$ となり,
 $a = 3$ だから, $y = 3 x^2$

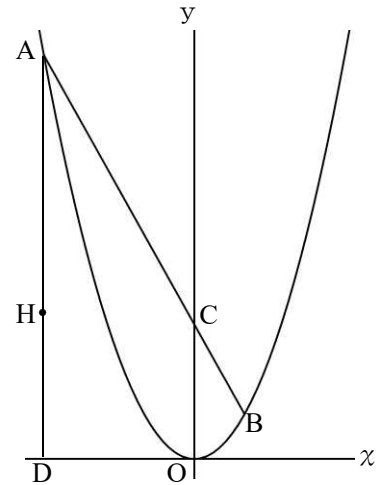
(2) x の増加量は, $7 - 3 = 4$, y の増加量は, $147 - 27 = 120$ だから,
変化の割合は $\frac{120}{4} = 30$ これが平均の速さだから, 秒速 30 cm

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題③>

組 番 名前

① 右の図のように、関数 $y = a x^2$ のグラフ上に2点A, Bがあり、点Aの座標は $(-6, 18)$ 、点Bの x 座標は2です。

2点A, Bを通る直線が y 軸と交わる点をCとします。点Aを通り、 y 軸に平行な直線が x 軸と交わる点をDとし、線分AD上に点Hをとるとき、次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線ABの式を求めなさい。

(3) $\triangle AOB : \triangle AHB = 1 : 2$ となるように、点Hの座標を求めなさい。

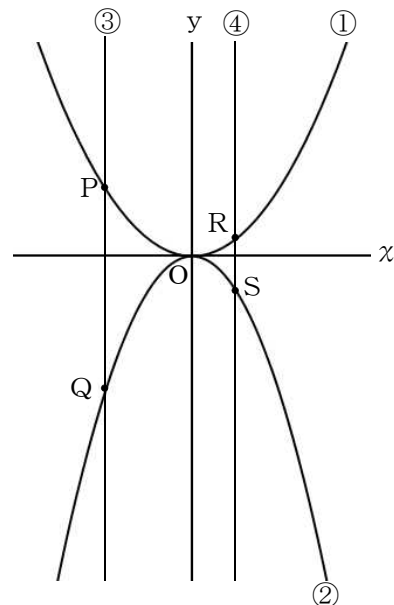
② 右の図のように、関数① $y = \frac{1}{2} x^2$ と関数② $y = -x^2$ のグラフがあります。

①, ②のグラフは、 y 軸と平行な直線③とそれぞれ点P, Qで交わります。また、 y 軸と平行な直線④とそれぞれ点R, Sで交わります。

点P, Qの x 座標が -4 、点R, Sの x 座標が2であるとき、次の問いに答えなさい。

(1) 直線PRの式を求めなさい。

(2) $\triangle POR : \triangle QOS$ を求めなさい。



数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題③・解答>

1

(1) $a = \frac{1}{2}$ (2) $y = -2x + 6$ (3) $H(-6, 6)$

【解説】

(1) $18 = a \times (-6)^2$ $18 = 36a$ $a = \frac{1}{2}$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2$ だから $B(2, 2)$

直線ABの式を $y = ax + b$ とする。2点 $A(-6, 18)$, $B(2, 2)$ を通るから

傾きは $\frac{2-18}{2-(-6)} = -2$ だから, $y = -2x + b$

求める直線は点 $(2, 2)$ を通るから $2 = -4 + b$

$b = 6$ となり, 直線の式は $y = -2x + 6$

(3) $\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC = 6 \times 6 \div 2 + 6 \times 2 \div 2 = 18 + 6 = 24$

$\triangle AOB : \triangle AHB = 1 : 2$ より

$\triangle AHB = 48$ 点Hの座標を $(-6, k)$ とすると, $AH = 18 - k$

$\triangle AHB = (18 - k) \times (6 + 2) \div 2 = 72 - 4k$ だから, $72 - 4k = 48$

$k = 6$

よって $H(-6, 6)$

2

(1) $y = -x + 4$ (2) $1 : 2$

【解説】

(1) 直線PRの式を $y = ax + b$ とする。2点 $P(-4, 8)$, $R(2, 2)$ を通るから

傾きは $\frac{2-8}{2-(-4)} = -1$ だから, $y = -x + b$ 。直線は点 $(2, 2)$ を通るから

$2 = -2 + b$ $b = 4$ となり, 直線は $y = -x + 4$

(2) $\triangle POR = 4 \times 4 \div 2 + 4 \times 2 \div 2 = 12$

直線QSの方程式は, $y = 2x - 8$ より

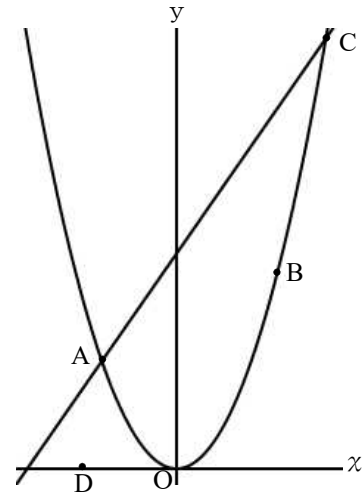
$\triangle QOS = 8 \times 4 \div 2 + 8 \times 2 \div 2 = 24$ だから

$\triangle POR : \triangle QOS = 1 : 2$

数学3 4章 関数 $y = a x^2$ 「 $y = a x^2$ の表, 式, グラフ」 <応用問題④>

組 番 名前

1 右の図のように, 関数 $y = 2 x^2$ のグラフ上に3点A, B, Cがあり, それぞれの x 座標は, $-2, 3, 4$ です。 x 軸上に点Dがあるとき, 次の問いに答えなさい。



(1) 3点A, B, Cの座標を求めなさい。

(2) 直線ACの式を求めなさい。

(3) $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ の面積が等しいとき, 点Dの座標を求めなさい。ただし, 点Dは直線ACと x 軸との交点よりも右側にあるとします。

2 右の図のように, 関数 $y = \frac{1}{2} x^2$ のグラフと3点

A($-5, 0$), B($1, -12$), C($4, 0$)があります。

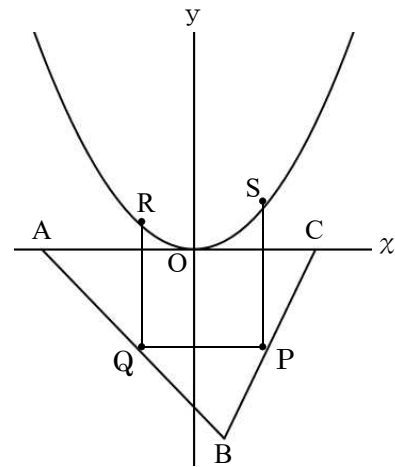
線分BC上に点P, 線分AB上に点Qをとり,

関数 $y = \frac{1}{2} x^2$ 上に2点R, Sをとり, x 軸//QP,

RQ//SP//y軸 とします。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) RS//QP であるとき, 点Pの座標を求めなさい。



(2) (1)のとき, 点Bを通り長方形RQPSの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

