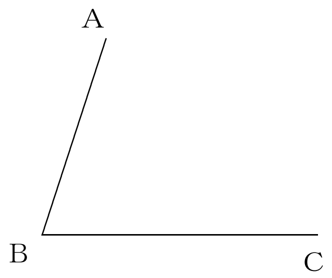
数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜基本問題①＞

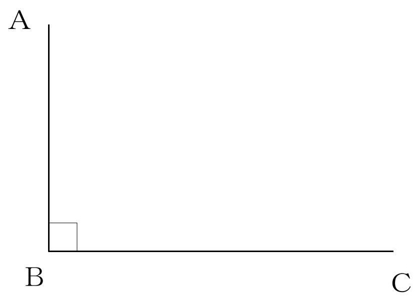
組　　番　名前

次の（１）～（４）を作図しなさい。

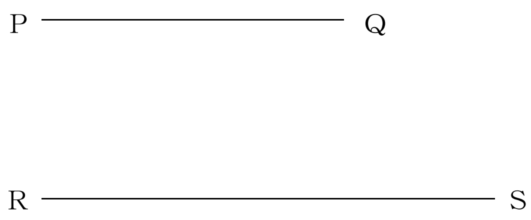
（１）平行四辺形ＡＢＣＤ



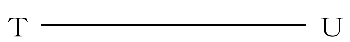
（２）長方形ＡＢＣＤ



（３）２つの対角線がそれぞれＡＣ＝ＰＱ，ＢＤ＝ＲＳとなる平行四辺形ＡＢＣＤ

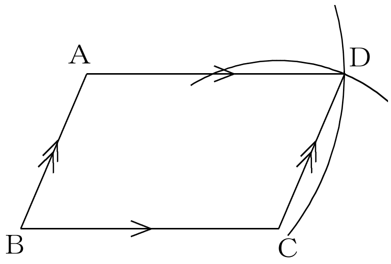


（４）１辺の長さがＴＵのひし形ＡＢＣＤ



数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜基本問題①・解答＞

（１）



【解答例】

平行四辺形になるための条件

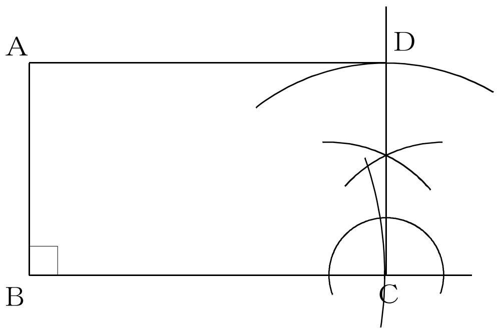
「２組の対辺がそれぞれ等しい」を使って，

①Ｃを中心に，半径ＢＡの円をかく。

②Ａを中心に，半径ＢＣの円をかく。

③①②の円の交点のうち，反時計回りにＡＢＣＤの順になる交点をＤとし，ＡとＤ，ＣとＤをそれぞれ結ぶ。

（２）



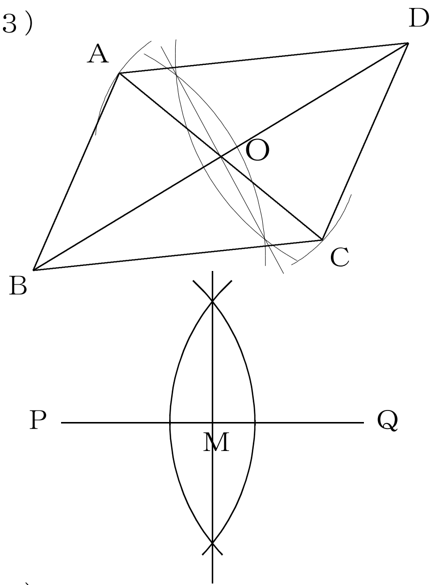
【解答例】

①点Ｃを通るＢＣの垂線を引く。

②点Ｃを中心に，半径ＢＡの円をかく。

③①と②の交点をＤとし，点Ａと結ぶ。

（３）



【解答例】

①ＢＤ＝ＲＳとなる線分ＢＤを引く。

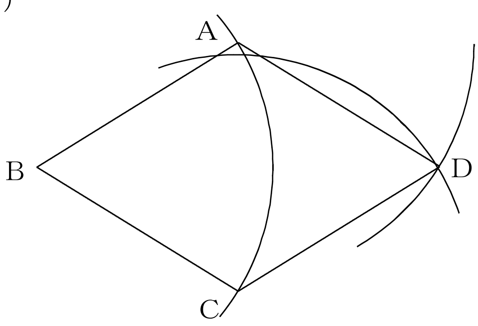
②ＢＤの垂直二等分線を引き，ＢＤの中点をＯとする。

③ＰＱの垂直二等分線を引き，ＰＱの中点をＭとする。

④Ｏを中心に，半径ＰＭの円をかく。

⑤④の円の直径の両端で，直線ＢＤ上にない２点を選び，その２点を反時計回りにＡＢＣＤの順になるように，点Ａ，点Ｃとする。そしてＡとＢ，ＢとＣ，ＣとＤ，ＡとＤをそれぞれ結ぶ。

（４）



【解答例】

①点Ｂを適当に決め，Ｂを中心に，半径ＴＵの円をかく。

②①の円周上の適当な２点をとり，その２点を，反時計回りにＡＢＣとなるようにＡ，Ｃとする。

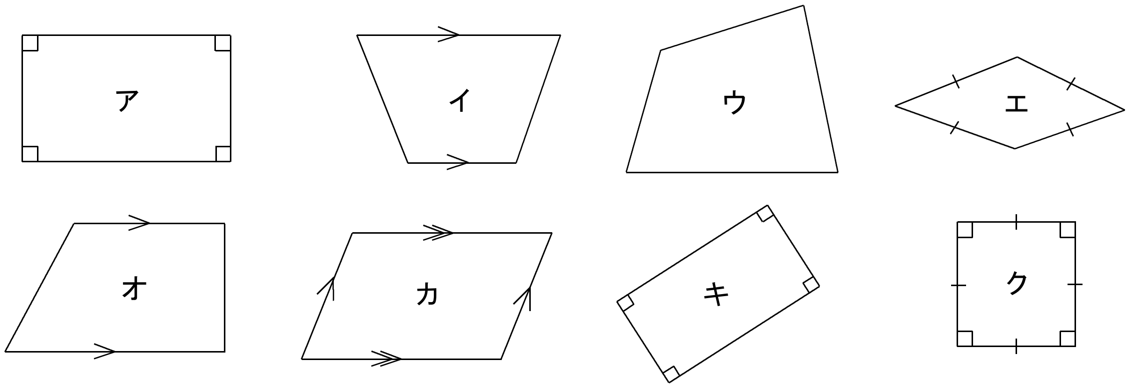
③ＡとＣを中心に，それぞれ半径ＴＵの円をかく。

④③の交点をＤとし，ＡＢＣＤを順に結ぶ。

数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜基本問題②＞

組　　　番　　名前

1　次の**ア～ク**の図の中から，台形，平行四辺形，長方形，ひし形，正方形をそれぞれすべて選び，記号で答えなさい。



台形・・・・・・(　　　　　　　　　　)　平行四辺形・・・(　　　　　　　　　　)

長方形　・・・・(　　　　　　　　　　)　ひし形　・・・・(　　　　　　　　　　)

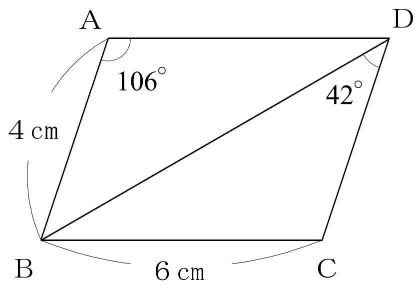
正方形　・・・・(　　　　　　　　　　)

2　右の図の平行四辺形ＡＢＣＤについて，次の問いに答えなさい。

（１）辺ＡＤの長さを求めなさい。

（２）∠ＢＣＤの大きさを求めなさい。

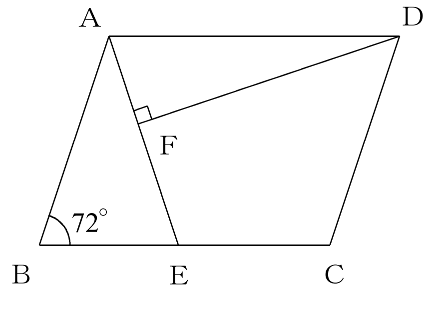
（３）∠ＡＤＢの大きさを求めなさい。



3　右の図の平行四辺形ＡＢＣＤで，ＡＢ＝ＡＥ，
ＡＥ⊥ＤＦ，∠Ｂ＝７２°のとき，次の問いに答えなさい。

（１）∠ＢＡＥの大きさを求めなさい。

（２）∠ＡＤＦの大きさを求めなさい。



数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜基本問題②・解答＞

$\boxed{1}$

台形　・・・・・　ア，イ，エ，オ，カ，キ，ク

平行四辺形・・・　ア，エ，カ，キ，ク

長方形　・・・・　ア，キ，ク

ひし形　・・・・　エ，ク

正方形　・・・・　ク

$\boxed{2}$

（１）ＡＤ＝６㎝　（２）∠ＢＣＤ＝１０６°　（３）∠ＡＤＢ＝ ３２°

【解説】

⑴ ＡＤ＝ＢＣ＝６㎝

⑵ ∠ＢＣＤ＝∠Ａ＝１０６°

⑶ ∠ＡＤＢ＝１８０°－∠Ａ－∠ＡＢＤ

∠ＡＢＤ＝∠ＣＤＢ（平行線の錯角は等しい）

＝１８０°－１０６°－４２° ＝ ３２°

$\boxed{3}$

（１）∠ＢＡＥ＝３６°　（２）∠ＡＤＦ＝１８°

【解説】

⑴ ∠ＢＡＥ＝１８０°－７２°×２＝３６°

⑵ ∠ＤＡＦ＝∠ＤＡＢ－∠ＢＡＥ＝（１８０°－７２°）－３６°＝７２°

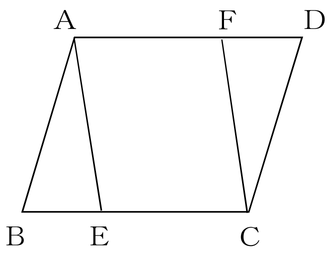
∠ＡＤＦ＝１８０°－（７２°＋９０°）

＝１８°

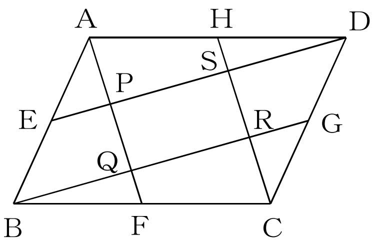
数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜応用問題＞

組　　　番　　名前

1　右の図のような平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＢＣ，ＡＤ上に，ＢＥ＝ＤＦとなるように点Ｅ，点Ｆをとる。このとき，四角形ＡＥＣＦは平行四辺形であることを証明しなさい。



2　右の図のような平行四辺形ＡＢＣＤで，辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＤ，ＤＡの中点をそれぞれＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈとする。ＡＦとＤＥ，ＢＧとの交点をそれぞれＰ，Ｑとし，ＣＨとＢＧ，ＤＥとの交点をそれぞれＲ，Ｓとします。このとき，四角形ＰＱＲＳは平行四辺形であることを証明しなさい。



（証明）

数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜応用問題・解答＞

1

（証明）　平行四辺形の性質より

ＡＤ // ＢＣ・・・①

ＡＤ＝ＢＣ・・・②

また，仮定より　ＢＥ＝ＤＦ・・・③

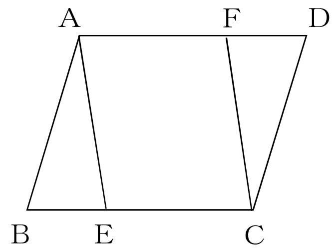
②，③より　ＡＦ＝ＥＣ・・・・④

また，①より　ＡＦ // ＥＣ・・・・⑤

④，⑤より，

１組の向かい合う辺が平行で等しいので

四角形ＡＥＣＦは平行四辺形



＊別解あり

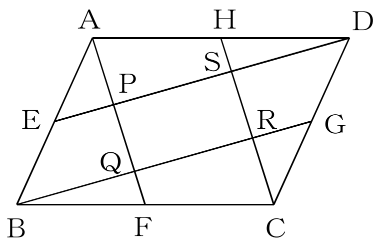
2

（証明）　四角形ＡＦＣＨにおいて，

四角形ＡＢＣＤは平行四辺形であるから，

ＡＤ＝ＢＣ　・・①

仮定から，ＡＨ＝$\frac{1}{2}$ ＡＤ ，　ＦＣ＝$\frac{1}{2}$ ＢＣ　・・・・②



したがって，ＡＨ＝ＦＣ　・・・③

また，ＡＨ // ＦＣ・・・④

③，④より，四角形ＡＦＣＨは平行四辺形だから，

ＰＱ // ＳＲ・・・⑤

四角形ＢＧＤＥにおいて，

同様にして，四角形ＢＧＤＥは平行四辺形だから，

ＱＲ // ＰＳ・・・⑥

⑤，⑥より，

２組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから，四角形ＰＱＲＳは平行四辺形である。

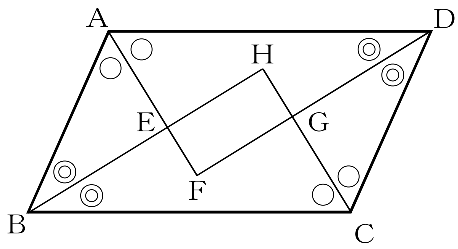
＊別解あり

数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」　＜応用問題②＞

組　　番　名前

$\boxed{1}$　Ｔ先生とＳさんは，平行四辺形ＡＢＣＤの４つの角の二等分線によってできる四角形ＥＦＧＨがどのような図形になるか考えることにしました。

このとき，次の問いに答えなさい。

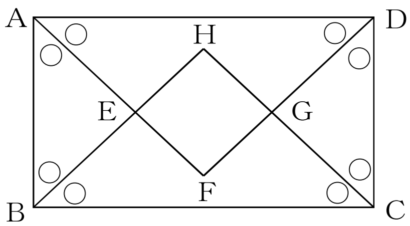


（１）　∠ＡＥＢ＝９０°となることを証明しなさい。

（２）　四角形ＥＦＧＨはどのような四角形か，もっとも適した名称で答えなさい。

（３）　条件を変え，右の図のように平行四辺形ＡＢＣＤを長方形にしたとき，四角形ＥＦＧＨがどのような図形になるか，Ｔ先生とＳさんは，下の**【会話】**のように考えました。

このとき，次の問いに答えなさい。



【会話】

Ｔ先生	平行四辺形のときと同様に考えればよいから，四角形ＥＦＧＨは【　ア　】だね。
Ｓさん	それは，わかります。
Ｔ先生	これに加えて，ｲ<u>△ＡＦＤと△ＣＨＢは合同な直角二等辺三角形</u>ですね。
Ｓさん	そうですね。だから，ＡＦ＝ＢＨ＝ＣＨ＝ＤＦということもわかりますね。
Ｔ先生	そのとおり。
Ｓさん	それと，△ＡＢＥと【　ウ　】も同様に考えれば，ＡＥ＝【　エ　】ですね。
Ｔ先生	そうだね。
Ｓさん	つまり，四角形ＥＦＧＨは【　オ　】です。
Ｔ先生	どうしてそう言えるの？
Ｓさん	【　カ　】
Ｔ先生	そうですね。これで確かめられましたね。

①　会話が成立するように**ア**，**ウ**を埋めなさい

②　下線部**イ**を証明しなさい。

③　**エ**について，辺ＡＥと長さが等しい辺をすべて答えなさい。

④　**オ**を埋めなさい。また，これが正しいことを，**カ**に入るよう説明しなさい。

（４）　平行四辺形ＡＢＣＤをひし形に変えたとき，四角形ＥＦＧＨはどうなるか答えなさい。

数学２　５章　図形の性質と証明　「平行四辺形の性質」<応用問題②・解答>

$\boxed{1}$

（１）（証明）

仮定よりAD//ＢＣだから，∠ＤＡＢ＋∠ＡＢＣ＝１８０°・・・①

また，∠ＤＡＢ＝２∠ＥＡＢ・・・②

∠ＡＢＣ＝２∠ＥＢＡ・・・③

①，②，③より，２∠ＥＡＢ＋２∠ＥＢＡ＝１８０°

∠ＥＡＢ＋∠ＥＢＡ＝９０°

三角形の内角の和は１８０°だから，

∠ＡＥＢ＝１８０°－（∠ＥＡＢ＋∠ＥＢＡ）＝９０°

（２）長方形

（１）より∠ＨＥＦ＝９０°

同様に考えると，∠ＥＦＧ＝∠ＦＧＨ＝∠ＧＨＥ＝９０°

よって，４つの角がすべて等しいから，長方形である。

（３）①　**ア**・・・長方形　　**ウ**・・・△ＣＤＧ

②　（証明）

△ＡＦＤと△ＣＨＢで，

仮定より，ＡＤ＝ＣＢ・・・①

∠ＦＡＤ＝∠ＦＤＡ＝∠ＨＣＢ＝∠ＨＢＣ＝４５°・・・②

①，②より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ＡＦＤ≡△ＣＨＢ

また，②より２つの角が等しく，さらに∠ＡＦＤ＝９０°となるから，

△ＡＦＤは直角二等辺三角形。

よって，△ＡＦＤと△ＣＨＢは合同な直角二等辺三角形である。

③　辺ＢＥ，ＣＧ，ＤＧ

④　**オ**・・・正方形

カ・・・（説明例）

四角形ＥＦＧＨは長方形である。

また，ＡＦ＝ＢＨ＝ＣＨ＝ＤＦこととＡＥ＝ＢＥ＝ＣＧ＝ＤＧより，

ＡＦ－ＡＥ＝ＢＨ－ＢＥ＝ＣＨ－ＣＧ＝ＤＦ－ＤＧ

よって，ＥＦ＝ＨＥ＝ＧＨ＝ＦＧ

ゆえに，長方形の４つの辺の長さがすべて等しくなるから，

四角形ＥＦＧＨは正方形となる。

（４）四角形はできない

ひし形のそれぞれの角の二等分線は，ひし形の対角線となる。２つの対角線は１点で交わるため，四角形ＥＦＧＨはできない。