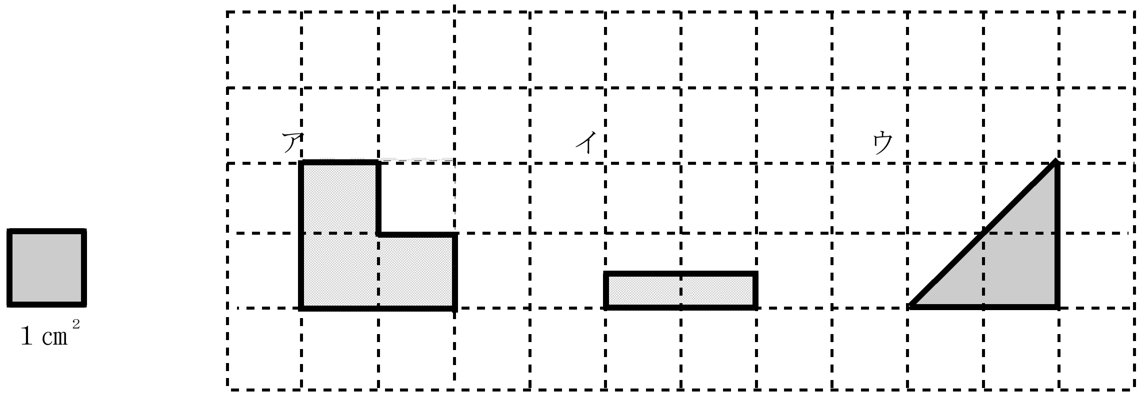
数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜準備問題①＞

組　　　番　　名前

面積や体積の表し方や求め方について，次の問いに答えなさい。

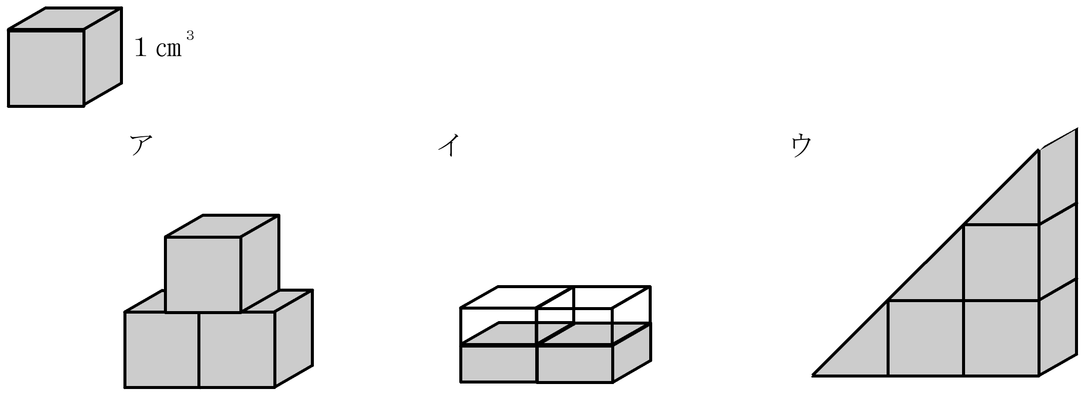
（１）次のア～ウの面積を求めなさい。

（１マス１㎝の方眼で，イの縦の長さは０．５㎝とする。）



（　　　cm^2 ）　（　　　cm^2 ）　（　　　cm^2 ）

（２）次のア～ウの体積を求めなさい。（イの高さは１マスの半分の高さとする）



（　　　cm^3）　（　　　cm^3）　（　　　cm^3）

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜準備問題①・解答＞

$\boxed{1}$

(1)　ア　３cm^2　　イ　１cm^2　　ウ　２cm^2

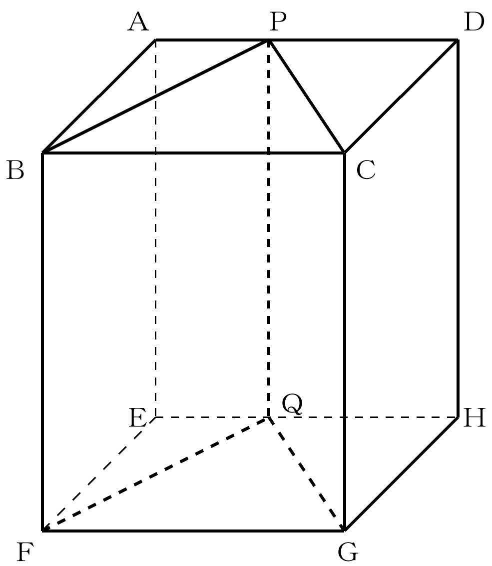
(2)　ア　３cm^3　　イ　１cm^3　　ウ　４．５cm^3

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜準備問題②＞

組　　番　　名前

1

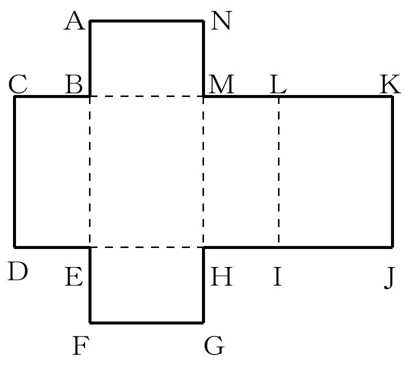
　次の直方体で，ＡＢ＝６㎝, ＢＣ＝８㎝, ＢＦ＝１０㎝のとき，三角柱ＰＢＣ－ＱＦＧの体積を求めなさい。



2

　右の図は，直方体の展開図です。

　ＣＤ＝８㎝，ＩＪ＝６㎝，ＭＬ＝４㎝のとき，この直方体の体積を求めなさい。



数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜準備問題②・解答＞

$\boxed{1}$

２４０cm^3

【解　説】

「単位とする立方体」の個数は,

８×６×$\frac{1}{2}$ ×１０＝２４０（個）

$\boxed{2}$

１９２cm^3

【解　説】

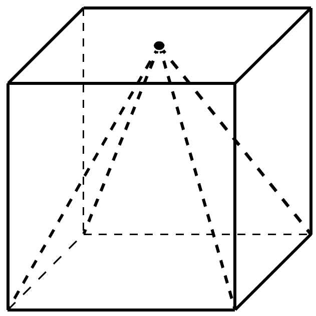
６×４×８＝１９２

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題①＞

組　　　番　　名前

1

　下の図のような直方体の入れ物には，底面積と高さが同じ四角すいの入れ物の３倍の量の水を入れることができます。このことを利用して，四角すいの体積を求める式を完成させなさい。



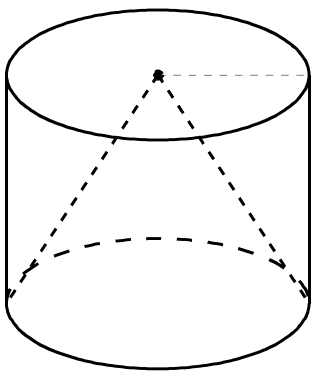
四角すいの体積 ＝ 直方体の体積　×（　　　　）

＝（　　　　）×（　　　　）×　高さ　×（　　　　）

＝（　　　　）×　高さ　×　（　　　　）

2

　円柱の入れ物にも，直方体の時と同様に，底面積と高さが同じ円すいの入れ物の３倍の量の水を入れることができます。円すいの体積を求める式を完成させなさい。



円すいの体積 ＝ 円柱の体積　×　（　　　　）

＝（　　　　）×（　　　　）×π×　高さ　×（　　　　）

＝（　　　　）×　高さ　×（　　　　）

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題①・解答＞

$\boxed{1}$

正四角すいの体積＝直方体の体積　×（$\frac{1}{3}$）
＝（たて）×（よこ）×　高さ　×（$\frac{1}{3}$）
＝（底面積）×　高さ　×（$\frac{1}{3}$）

$\boxed{2}$

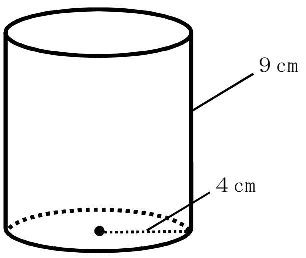
円すいの体積＝円柱の体積　×（$\frac{1}{3}$）
＝（半径）×（半径）×　π　×　高さ　×（$\frac{1}{3}$）
＝（底面積）×　高さ　×（$\frac{1}{3}$）

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題②＞

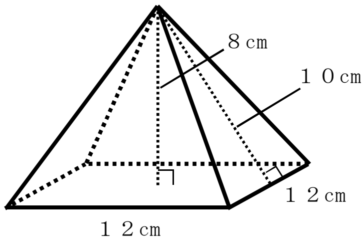
組　　　番　　名前

1　次の立体の体積と表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。

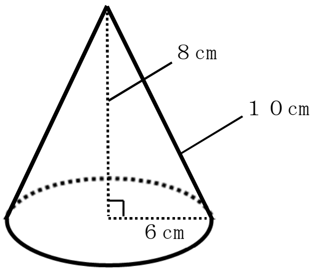
（１）円柱



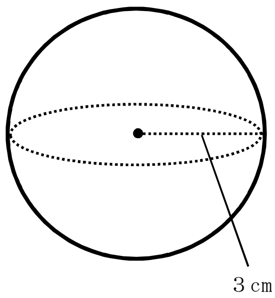
（２）四角すい



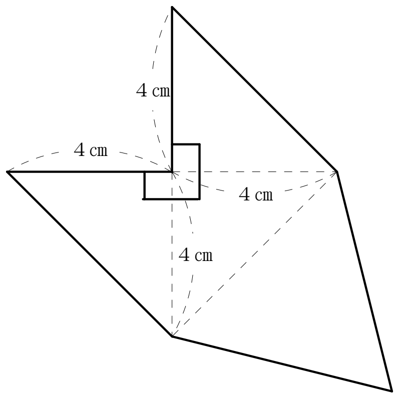
（３）円すい



（４）球



2　展開図が，右の図のように示される立体の体積を求めなさい。



数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題②・解答＞

$\boxed{1}$

（1）　体積　$(\pi\times4^{2})\times9=144\pi$　　$\underline{144\pi\ \mathrm{cm}^{3}}$

表面積　$(\pi\times4^{2})\times2+(2\pi\times4)\times9=104\pi$　　$\underline{104\pi\ \mathrm{cm}^{2}}$

（2）　体積　$(12\times12)\times8\times\dfrac{1}{3}=384$　　$\underline{384\ \mathrm{cm}^{3}}$

表面積　$12\times12+\left(12\times10\times\dfrac{1}{2}\right)\times4=384$　　$\underline{384\ \mathrm{cm}^{2}}$

（3）　体積　$(\pi\times6^{2})\times8\times\dfrac{1}{3}=96\pi$　　$\underline{96\pi\ \mathrm{cm}^{3}}$

表面積　$\pi\times6^{2}+\pi\times10^{2}\times\dfrac{2\pi\times6}{2\pi\times10}=96\pi$　　$\underline{96\pi\ \mathrm{cm}^{2}}$

（4）　体積　$\dfrac{4}{3}\times\pi\times3^{3}=36\pi$　　$\underline{36\pi\ \mathrm{cm}^{3}}$

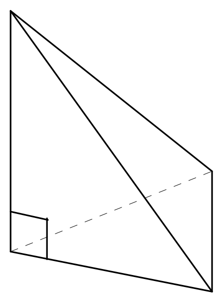
表面積　$4\times\pi\times3^{2}=36\pi$　　$\underline{36\pi\ \mathrm{cm}^{2}}$

$\boxed{2}$

展開図を組み立てると，右の図のような三角すいになる。
よって，

$$\left(4\times4\times\frac{1}{2}\right)\times4\times\frac{1}{3}=\frac{32}{3}$$

$\dfrac{32}{3}\ \mathrm{cm}^{3}$

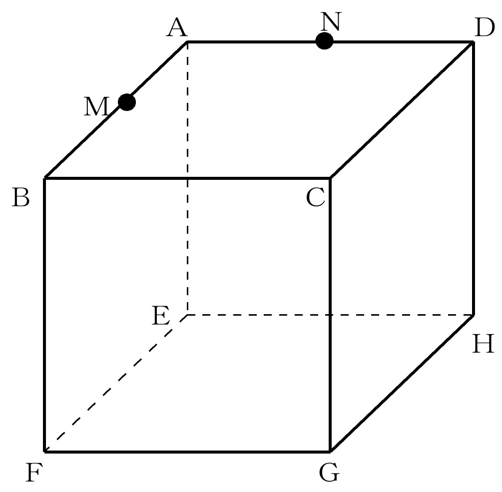


数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題③＞

$\boxed{1}$

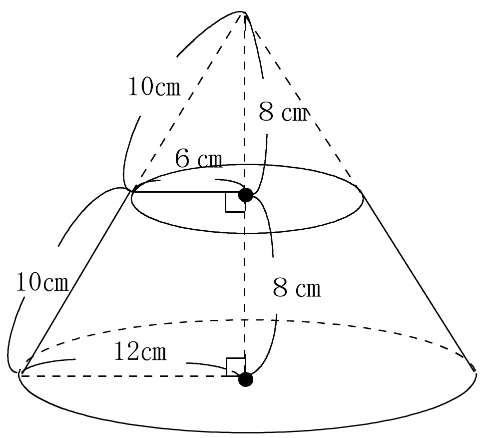
右の図は，１辺の長さが１２㎝の立方体で，点M，Nはそれぞれ辺ＡＢ，辺ＡＤの中点です。

この立方体を，3点M，N，Eを通る平面で切るとき，点Ｃを含む立体の体積を求めなさい。



$\boxed{2}$

右の図の立体は，底面の半径が12㎝，高さが16㎝の円すいを，底面から８㎝の高さで底面と平行な平面で切り取ったものです。次の各問いに答えなさい。ただし，円周率はπとします。



（１）この立体の体積を求めなさい。

（２）この立体の表面積を求めなさい。

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜基本問題③・解答＞

$\boxed{1}$

１６５６㎝^{3}

【解説】

$$（１２×１２×１２）－(６×６× \frac{1}{2} ×１２× \frac{1}{3})$$

$$＝１７２８－７２$$

$$＝１６５６$$

$\boxed{2}$

（１）　６７２π ㎝^{3}

【解説】

$$１２×１２×π×１６× \frac{1}{3} －６×６×π×８× \frac{1}{3}$$

$$＝７６８π －９６π$$

$$＝６７２π$$

（２）　３６０π㎝^{2}

【解説】

$$側面積＝２０×２０×π× \frac{１２}{２０} －１０×１０×π× \frac{１２}{２０}$$

$$＝２４０π－６０π$$

$$＝１８０π$$

$$立体の表面積＝６×６×π ＋ １２×１２×π ＋ １８０π$$

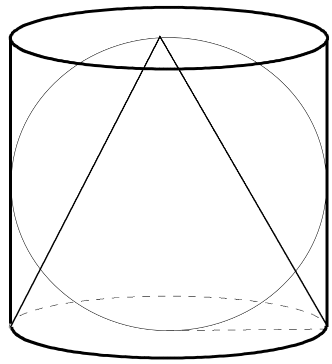
$$＝３６π＋１４４π＋１８０π$$

$$＝３６０π$$

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜応用問題＞

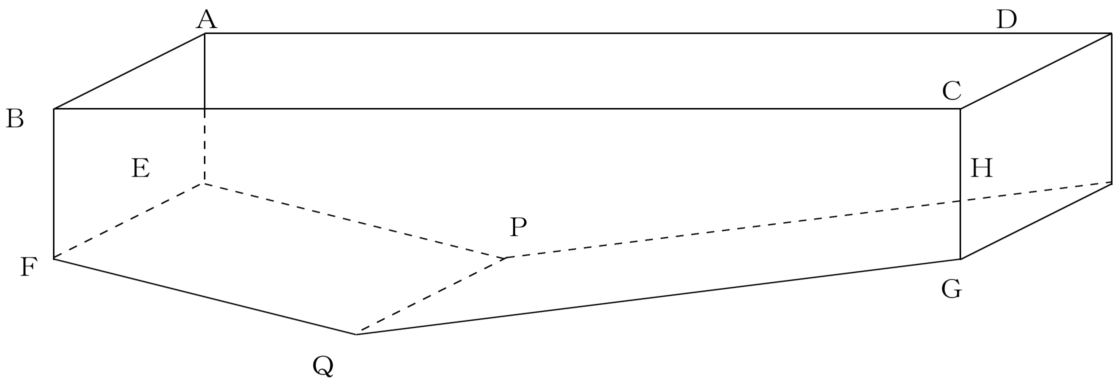
組　　番　名前

1　底面の半径が5cm，高さが10cmの円柱があります。その中に，ぴったり入る球と円すいがあるとき，体積比（円すいの体積：球の体積：円柱の体積）を求めなさい。ただし，円周率はπとします。



2　下の図は，ある中学校のプールの形を図に表したものであり，次の条件を満たしています。

ア　面ＡＢＦＥと面ＥＦＱＰ，面ＥＦＱＰと面ＰＱＧＨ，面ＰＱＧＨと面ＤＣＧＨは，それぞれ交わっているが，垂直には交わっていない。
　それ以外の交わる２つの面は，互いに垂直に交わっている。
イ　面ＡＥＰＨＤと面ＢＦＱＧＣ以外の面は，すべて長方形である。
ウ　面ＡＢＦＥと面ＤＣＧＨ，面ＡＥＰＨＤと面ＢＦＱＧＣはそれぞれ合同である。



今，このプールを満水にしたときの，その水の量を計算で求めようとしています。そのために，計算に必要な長さを調べなければなりません。しかし，調べる長さは，できるだけ少なくしたいと思います。

水の量を計算で求めるためには，少なくともどこの長さを調べる必要がありますか。また，その長さを使ってどのように求めればよいでしょうか。それらを説明しなさい。

もし，図の記号以外に記号が必要な場合には，適当な記号を補ってもかまいません。

数学１　６章　空間図形　「立体の表面積と体積」　＜応用問題・解答＞

$\boxed{1}$

円すいの体積：球の体積：円柱の体積　＝　１：２：３

【解　説】

円柱の体積

$5 \times 5 \times \pi \times 10 = 250\pi \text{ cm}^3$

円すいの体積

$5 \times 5 \times \pi \times 10 \times \frac{1}{3} = \frac{250}{3}\pi \text{ cm}^3$

球の体積

$\frac{4}{3} \times \pi \times 5 \times 5 \times 5 = \frac{500}{3}\pi \text{ cm}^3$

円すいの体積：球の体積：円柱の体積

$\frac{250}{3}\pi : \frac{500}{3}\pi : 250\pi = 1 : 2 : 3$

$\boxed{2}$

プールに入る水は，直方体ＢＦＧＣ－ＡＥＨＤと三角柱ＱＧＦ－ＰＨＥで合成された，五角柱ＢＦＱＧＣ－ＡＥＰＨＤと考えることができる。

五角形ＢＦＱＧＣを底面，ＡＢを高さとすると，

・ＡＢ（＝ＤＣ＝ＥＦ＝ＨＧ）の長さ

・ＡＤ（＝ＢＣ＝ＥＨ＝ＦＧ）の長さ

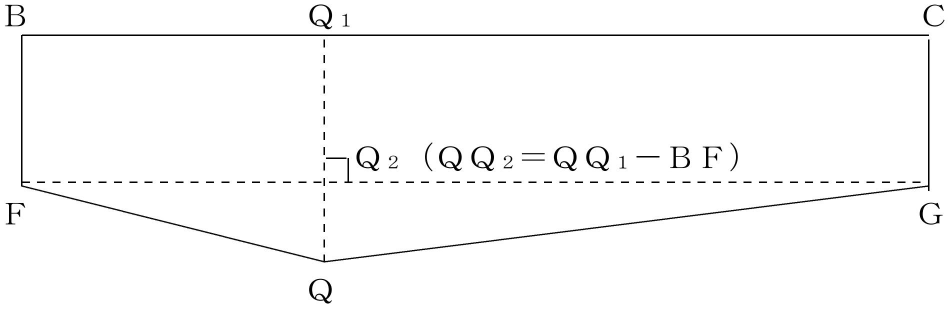
・ＡＥ（＝ＢＦ＝ＣＧ＝ＤＨ）の長さ

・ＰからＡＤ，または，ＱからＢＣに下ろした垂線の長さ（下の図のQQ_1）

の４つの長さを調べればよい。

＜解答例＞

五角形ＢＦＱＧＣを底面，ＡＢを高さとした角柱と考える。



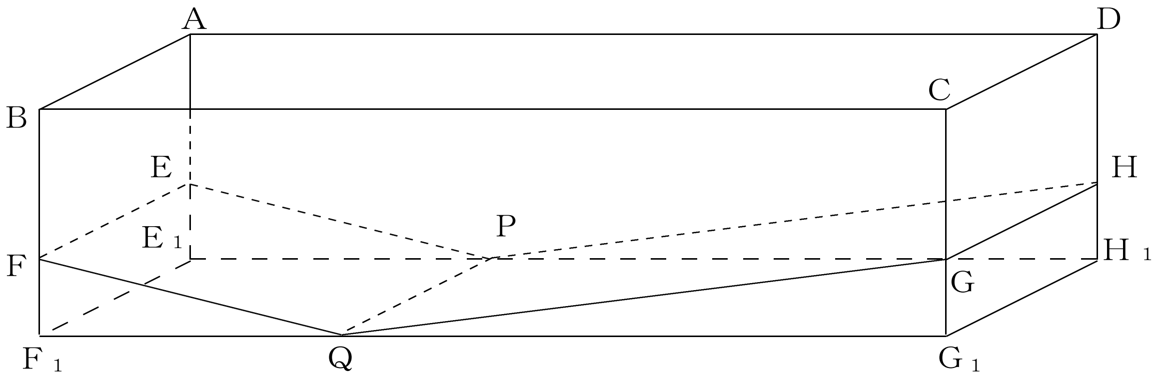
先の４つの長さがわかれば，次の式で体積が求められる。

（求める五角柱の体積）
＝（底面ＢＦＱＧＣの面積）×（高さＡＢ）
＝｛(長方形ＢＦＱＣの面積）＋（三角形ＱＧＦの面積)｝×ＡＢ

$$= \left[(BF \times BC) + \left\{ \frac{1}{2} \times FG \times (QQ_1 - BF) \right\} \right] \times AB$$

$$= \left[(AE \times AD) + \left\{ \frac{1}{2} \times AD \times (QQ_1 - AE) \right\} \right] \times AB$$

＜別解＞
　直方体$BF_1Q_1D-AE_1H_1D$から三角柱FF_1Q-EE_1Pと三角柱GG_1Q-HH_1Pを除いた角柱と考える。



＜参考＞
　下の図のような，四角柱$BFQQ_1-AEPP_1$と四角柱$CGQQ_1-DHPP_1$で合成された五角柱と考えると，測定しなければいけない長さが１か所多くなるので，題意に適さない。(先の４つの長さのほかに，BQ_1，AP_1，CQ_1，DP_1のいずれかが必要となる。)