中学校・数学

「事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明しよう」
～連立方程式を解く過程を振り返り、事柄の特徴を数学的に説明する～

【出題の趣旨】

連立方程式を解く過程を振り返り、事象に即して解釈し、事柄の特徴を数学的に説明することができるかどうかをみる。

【千葉県の課題と関連する問題例】 $\boxed{9}$ （２）

（２）三人は，**得点設定１**を，次の**得点設定２**に変えてゲームを行いました。

得点設定２

> ○　枠の内側に１回当たるごとの得点を５点とする。
> ○　枠の外側に１回当たるごとの得点を２点とする。

太一さんが**得点設定２**でゲームをした結果，投げた回数は25回，合計得点は92点でした。里奈さんは，19ページの**洋平さんの求め方**を使えば，投げた回数と合計得点をもとに，枠の内側に当てた回数を求められると考え，**洋平さんの求め方**によって次の計算をしました。

> 投げた回数の25に，得点の２をかける。　$25 \times 2 = 50$
> 合計得点の92から50をひく。　$92 - 50 = 42$

洋平さんの求め方によって求めた結果は42となりました。この42は，投げた回数の25よりも大きいので，枠の内側に当てた回数ではありません。

里奈さんは，**得点設定２**でも，**洋平さんの求め方**のように枠の内側に当てた回数をすぐに求められる方法を考えようと思いました。そこで，連立方程式をつくり，それを解く過程と**洋平さんの求め方**を比べて，その方法を考えます。

連立方程式を解く過程２

枠の内側に当てた回数を x 回，枠の外側に当てた回数を y 回とすると，

$$\begin{cases} x + y = 25 & \cdots\cdots① \\ 5x + 2y = 92 & \cdots\cdots② \end{cases}$$

①の両辺を２倍すると，　$2x + 2y = 50$　……③

②から③をひくと，

$$\begin{array}{rrl} & 5x + 2y & = 92 \\ -) & 2x + 2y & = 50 \\ \hline & 3x & = 42 \\ & x & = 14 \quad \cdots\cdots④ \end{array}$$

④を①に代入すると，

$$\begin{aligned} 14 + y &= 25 \\ y &= 25 - 14 \\ y &= 11 \quad \cdots\cdots⑤ \end{aligned}$$

④，⑤より，　$x = 14,\ y = 11$

里奈さんは，上の**連立方程式を解く過程２**の □ の部分から，19ページの**洋平さんの求め方**に新たな手順を加えることで，前ページの**得点設定２**でも，投げた回数と合計得点をもとに，枠の内側に当てた回数を求められることに気づきました。

里奈さんの求め方

> **手順◇1**　投げた回数に，枠の外側に１回当たるごとの得点をかける。
> **手順◇2**　合計得点から**手順◇1**の計算結果をひく。
> **手順◇3**　**手順◇2**の計算結果を３でわる。

上の**里奈さんの求め方**において，新たな**手順◇3**の「**手順◇2**の計算結果を３でわる。」のわる数である３がどんな数であるかを考えます。わる数の３がどんな数であるかは，前ページの**得点設定２**の条件をもとに説明することができます。**里奈さんの求め方**の**手順◇3**において，わる数の３は，どんな数ですか。「～～は，……である。」という形で書きなさい。

【学習指導要領における領域・内容】

〔第２学年〕　Ａ　数と式

(1) 具体的な事象の中に数量の関係を見出し、それを文字を用いて式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

　イ　文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明できることを理解すること。

(2) 連立二元一次方程式について理解し、それを用いて考察することができるようにする。

　イ　連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解すること。

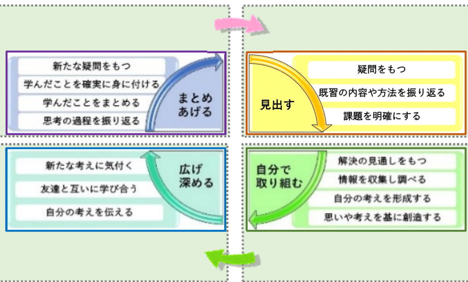
　ウ　簡単な連立二元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

【解答を導き出すために、子供に気付かせたいポイント】

・「わる数の３」の３は、連立方程式を解く過程２における5x と2x の差である3x の係数であることに着目する。

・上記のことを事象に即して解釈し、枠の内外に1回当たるごとの得点の差であることを見出す。

【授業改善例】



(1) 数学的に表現したことを事象に即して解釈する。

(2) 連立方程式を解く過程を振り返り、事象と関連付けて考える。

(3) わる数の３がどのような意味のある数であるかを共有し、友達と自分との違いから、視野を広げる。

(4) 連立方程式を解く過程にある係数は、事象に即して解釈できることを理解する。

中学校・数学

「事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明しよう」

～連立方程式を解く過程を振り返り、事柄の特徴を数学的に説明する～

学習指導要領における領域・内容
〔第２学年〕Ａ　数と式（１）イ
〔第２学年〕Ａ　数と式（２）イ、ウ

見出す：疑問をもつ／既習の内容や方法を振り返る／課題を明確にする

（１）数学的に表現したことを事象に即して解釈する。

予想される子供の疑問：連立方程式を解かなくても答えを求めることができるのはなぜだろう。
整理し、焦点化した疑問：わる数の３は何を表しているのだろうか。
〈課題〉連立方程式の解法と、里奈さんの求め方の関係を調べてみよう。

教師：里奈さんの考えで本当に回数を求めることができるでしょうか。

生徒：この場合には当てはまるけど、投げた回数や合計得点を変えたときも成り立つの？

教師：具体的に投げた回数や枠の内側や枠の外側に当てた回数を自分で決めて合計得点を求めたときにも合っているか確認してみよう。

生徒：すごい！どんな場合でも合っているよ。里奈さんの考え方の方が計算は素早くできそう。

生徒：突然出てくるわる数の３という数字の持つ意味は何だろう。

連立方程式が方程式を作らなくても解くことができることに興味をもたせる。

教師：里奈さんの考え方で計算したときの式と、連立方程式を解く過程の式を見比べながら考えて見るといいですね。

得点設定　○枠の内側に1回当たるごとの得点を5点とする。
　　　　　○枠の外側に1回当たるごとの得点を2点とする。
投げた回数　25 回　合計得点 92 点。内側に当てた回数を求めよ。

<連立方程式を解く過程>
枠の内側に当てた回数を x 回、枠の外側に当てた回数を y 回とすると、

$x + y = 25$ …①
$5x + 2y = 92$ …②

①の両辺を2倍すると、$2x + 2y = 50$ …③

②から③をひくと、
$5x + 2y = 92$
$-)\ 2x + 2y = 50$
$3x = 42$
$x = 14$ …④

④を①に代入すると、
$14 + y = 25$
$y = 25 - 14$
$y = 11$

④⑤より　$x = 14,\ y = 11$

<里奈さんの求め方>
手順1　投げた回数に、枠の外側に1回当たるごとの得点をかける。
手順2　合計得点から手順1の計算結果をひく。
手順3　手順2の計算結果を3でわる。

連立方程式の解が整数の場合には、簡単な計算で解を求めることができることに気付かせ、興味を高めさせることが大切になります。

自分で取り組む：解決の見通しをもつ／情報を収集し調べる／自分の考えを形成する／思いや考えを基に創造する

（２）連立方程式を解く過程を振り返り、事象と関連付けて考える。

子供の「見方・考え方」：式と事象を照らし合わせて表現するとわる数３の意味が分かる。
課題解決の視点や方法：解く過程の枠内の計算を手順１～３に置き換えて考える。
〈方法〉手順１～３が解く過程のどの式と関連があるかを捉える。

生徒：手順１は２５×２＝５０という式だけど、どれと比較すればよいだろう。

式の中に出てくる数を手掛かりにして見通しをもたせる。

教師：全部で５０という式はあるかな？

生徒：手順１は、ｘもｙも２点としたときと同じだから、③の式と同じ。手順２は、92-50 だから、②-①の式の右辺を求めたことと同じだよ。

生徒：③でも３ｘ＝42 からｘを求めるときに３でわっているよ。

教師：ｘの係数はどうやって求められているのかな？どんな意味がある数字だろう。

④のｘの係数はどうやって求められているかに注目させ、式に関連付けて記述させる。

<連立方程式を解く過程>
枠の内側に当てた回数を x 回、枠の外側に当てた回数を y 回とすると、

$x + y = 25$ …①
$5x + 2y = 92$ …②

①の両辺を2倍すると、$2x + 2y = 50$ …③

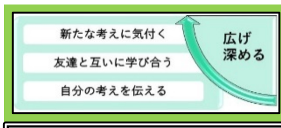
②から③をひくと、
$5x + 2y = 92$
$-)\ 2x + 2y = 50$
$3x = 42$
$x = 14$ …④

④を①に代入すると、
$14 + y = 25$
$y = 25 - 14$
$y = 11$

④⑤より　$x = 14,\ y = 11$

<里奈さんの求め方>
手順1　投げた回数に、枠の外側に1回当たるごとの得点をかける。
手順2　合計得点から手順1の計算結果をひく。
手順3　手順2の計算結果を3でわる。

里奈さんの求め方の手順と連立方程式の解法を見比べて、関係を整理して考えるとともに、わる数３の持つ意味を解法と関連付けて自分の言葉で表現させることが大切です。



（３）わる数の３がどのような意味のある数であるかを共有し、友達と自分との違いから、視野を広げる。

主体的に学び合う姿：連立方程式を解く過程と関連付けて自分の言葉で表現し発表する。
考えをつなぐ手立て：友人を納得させられるように具体的に説明する。
〈展開〉友達と自分の考え方の相違点から考えを深める。

教師：わる数の３は、どんな数といえますか？友達を納得させられるように、説明してみよう。

わる数の３は、連立方程式を解く過程④のｘの係数です。

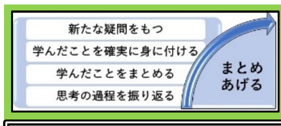
わる数の３は、差です。

もう少し詳しく説明すると、わる数の３は、連立方程式を解く過程で、５ｘから２ｘを引いた式の３ｘの係数です。

わる数の３は、枠の内側に１回当たるごとの得点の５点と枠の外側に１回当たるごとの得点の２点の差です。

里奈さんの考えは小学校でやったつるかめ算の考えと同じで、もしも全てが枠の外に当てたと考えたときと、実際との差を出す。
枠の内側にあたった数を１つ増やすと、枠の外側に当たった数が１つ減るので、全体としては３点増える。
何回分枠の内側の数を増やせばよいか調べるために３でわっています。

多くの発表機会を与え、より連立方程式の解法とより関連付けて考えられるように表現を学ばせることが大切です。また既習事項と関連付けて視野を広げられるようにしましょう。



（４）連立方程式を解く過程にある係数は、事象に即して解釈できることを理解する。

自分の思考の振り返り：本時で分かったことやさらに考えていきたいことなどを書く。
考えを整理させる視点：連立方程式を解く過程の解釈によって、より簡単に計算できる。
〈整理〉何ができるようになったかを振り返らせる。

教師：今日の学習を振り返ってみましょう。

連立方程式を解く過程をじっくり見ると、つるかめ算の考えと同じになるとは思わなかった。

連立方程式を解かなくても、この考えを使うと素早く解くことができるね。

教師：どんな連立方程式の問題も里奈さんのように考えて解くことができるのかな。

さらに新しい課題につなげていくことが関心を高めていきます。

「難しかった」や「楽しかった」などの感想ではなく、具体的に何が分かったのかという視点で振り返らせる。

自分の言葉で学習のまとめを書く

最初は方程式を解く過程にも３という数字があるからこのことだと分かったけど、数字の意味まで考えていなかった。もっと深く考えていかないといけないと思った。
ぜひ今日分かったことを生かして、他の問題にも挑戦してみたいと思います。

授業を通して何が獲得できたか、何ができるようになったかを振り返り、評価をすることが大切です。自分の言葉で表現させるように記述させましょう。

〈関連する場面〉
「文字と式」（中1年）文字式の利用
「一次方程式」（中1年）一次方程式の利用

〈関連する問題〉
該当なし